

1 Методическая разработка

Автор: Багаева Наталия Витальевна, учитель математики ГБОУ школы №1195

Описание: урок открытия новых знаний предназначен для учащихся 7-8 классов, может быть использован как в рамках урочной, так и внеурочной деятельности. Основная концепция, вокруг которой рассматривается предложенный урок, построена вокруг яблока. Данный плод нашел широкое применение во всех школьных дисциплинах (в информатике – это система *apple*, в химии – яблочный уксус, в литературе – многочисленные легенды, фразеологизмы). В рамках данного урока будут затронуты иррациональные числа, а также пройдена тема «Золотое сечение».

Цель: познакомить учащихся с понятием иррациональных чисел и золотого сечения

Задачи:

Образовательные:

- построить квадрат площадью 2;
- сформулировать предположение, о том, когда число можно представить в виде суммы двух квадратов;
- исследовать формат бумаги А4;
- сформулировать определение золотого сечения и узнать о способах деления отрезка в заданном отношении;
- рассмотреть практическое применение золотого сечения.

Развивающие:

создать условия для развития навыков самостоятельной работы, интеллектуальных качеств, умения анализировать, обобщать, выделять главное.

Воспитательные:

- углубить представление о предмете, расширить кругозор, а также способствовать формированию разносторонне развитой личности;
- формировать положительную мотивацию к обучению.

Необходимое оборудование: мультимедийный проектор, интерактивная доска, ноутбук, печатные материалы.

Образовательная технология: технология опережающего обучения и технология интегрированного обучения.

1.1 Ход урока:

I. Организационный момент. Мотивация к учебной деятельности.

Учитель: добрый день, ребята! Тема нашего сегодняшнего занятия «Возможно ли яблоком гармонию проверить?» Какие первые ассоциации у вас возникают с математикой?

Ученик: яблоко имеет форму шара. Будем пытаться определить удовлетворяет ли яблоко законам алгебры.

Учитель: Сократ сказал: *«Совершеннейшим из людей можно считать того человека, который стремится к совершенству; счастливейшим же из людей можно считать того, кто сознает, что он уже достигает своей цели.»*

II. Актуализация опорных знаний учащихся, формирование темы урока, постановка цели.

Учитель: давайте с целями на наш урок определимся чуть позже, а пока я вас попрошу выполнить следующее задание. На доске перед вами находятся 6 изображений (рис. 1), каждое из которых можно описать одним словом (*не обязательно существительным*), попробуйте определить какое это слово.

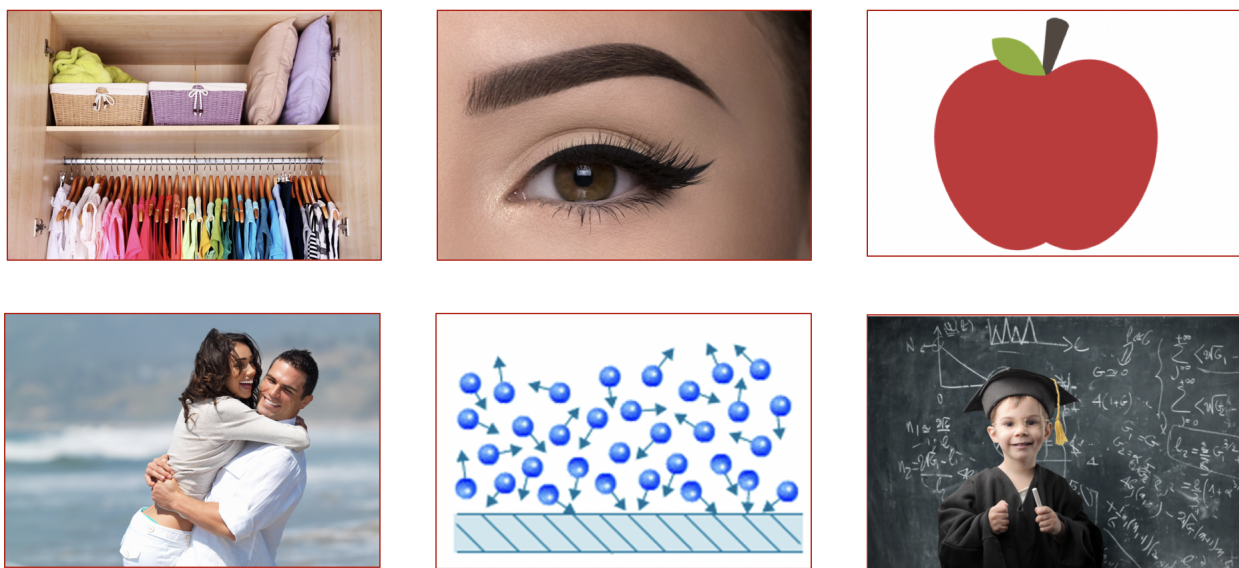


Рис. 1: Группа изображений объединенных общим признаком

Ученик: идеальный.

Учитель: да, молодцы. Это слово *идеальный*. А почему?

Ученик: идеальный порядок, идеальные брови, идеальные отношения, идеальный газ, идеальный ученик.

Учитель: *[Можно спросить у учащихся знакомы ли они с таким понятием как идеальный газ; из чего он состоит].* И остается одна картинка «яблоко», разве оно идеально?

Ученик: в каком-то роде да.

Сообщение темы урока и цели:

На столе учителя имеется заранее подготовленная тарелка с разрезанным яблоком *(именно с «надкусом» как в эмблеме Apple)*. Тарелка накрыта полотенцем/салфеткой.

Учитель: как вы думаете что там?

Ученик: скорее всего яблоко

Учитель: и так, предмет превращается-превращается... *(учитель взмахивает указкой)*, в знакомый нам, но съедобный значок *Apple*. Ребята, что вы уже про него узнали?

Ученик: на самом первом логотипе *Apple* был изображен Исаак Ньютон, сидящий под яблоней. Система *Macintosh* на самом деле тоже является сортом яблок. Первый лозунг компании был: *«Байт в яблоке»* (Byte созвучно со словом bite – кусать).

Учитель: как вы думаете это все факты?

Ученик: наверное, нет.

Учитель: действительно, история создания эмблемы «золотого» яблока совсем не проста. *(на экране картинка с деньгами, чтобы было понятно, что продукция дорогая и к чему употреблено слово зотолой)* А приходилось ли вам еще где-нибудь слышать словосочетание «Золотое яблоко»?

Ученик: да, так называется большая сеть магазинов косметики и парфюмерии).

Учитель: какое слово прозвучало уже много раз?

Ученик: золотое

Учитель: и это не случайно. Сегодня мы познакомимся с новым для нас математическим понятием – «золотое сечение». Запишите, пожалуйста, подзаголовок, Вернемся к цели сегодняшнего урока, как бы вы теперь её могли сформулировать?

Ученик: познакомиться с понятием золотого сечения и узнать как оно получается.

III. Изучение нового материала

Учитель: И так давайте разомнёмся и в качестве разминки я предлагаю вам решить следующие уравнения, пока выполняйте уравнения только под буквами *а)* и *б)*:

1. (а) $2x + 3(4 - x) = 16 - 2(x + 5)$

(b) $\frac{x-2}{3} + \frac{4-x}{6} = 2$

(с) $x^2 = 4$

(d) $x^2 = 2$

Ответы: а) $x = -6$; б) $x = 12$; в) $x = \pm 2$; г) $x = \pm\sqrt{2}$.

Осуществляется проверка первых двух уравнений, ребята меняются тетрадами и сверяются с доской. В случае, если у ребят есть ошибки уравнения разбираются на доске.

Учитель: Давайте с вами посмотрим на левую часть уравнения $x^2 = 4$, подумайте в каком разделе математики есть необходимость возводить число во вторую степень?

Ученик: в геометрии, при нахождения площади квадрата.

Учитель: молодцы. Значит как можно переформулировать задание?

Ученик: найдите сторону квадрата площадью 4. Это 2.

Учитель: существуют ли ещё числа, которые при умножении на себя дадут 4?

Ученик: да, это -2 . То есть ответ ± 2 .

(Здесь важно обсудить, что если речь шла бы о решении задачи о нахождении стороны квадрата, то ответ был бы только положительный).

Учитель: а как быть с уравнением под буквой d)? Давайте попробуем изобразить такой квадрат и измерить его сторону.

(Ребята чертят. В случае, если возникают затруднения необходимо дать подсказку: необходимо обратить внимание на клетки.)

Учитель: получается, что квадрат площадью 2 существует, сторона тоже. Попробуйте её измерить с помощью линейки.

Ученик: получается только приблизительно.

Учитель: на самом деле математики придумали специальные числа: квадратные корни, обозначаются они следующим образом: $\sqrt{2}$. Данные числа называются иррациональными, и после запятой они имеют бесконечное количество чисел. Но о них мы поговорим с вами в следующем году. Зафиксируйте себе, пожалуйста, это в конспект

Учитель: сегодня нам понадобится приблизительное значение числа $\sqrt{2}$. Посчитайте, пожалуйста, его на калькуляторе.

Ученик: $\sqrt{2} = 1,414286...$

Учитель: Те, кто справились, попробуйте построить в своих тетрадах квадраты площадью 9, 10, 13, 17, 18 (Можно и 20, 25, 26 – все зависит от скорости решения). См. рис. 2.

При вычислении площадей необязательно, чтобы учащиеся знали формулу вычисления площади треугольника, достаточно понимать, что раз все треугольники равны, значит если соединить два из них, то получится прямоугольник, площадь которого они умеют находить.

Учитель: а теперь постройте квадраты площадью 7, 11, 19.

Ученик: это невозможно.

На этом этапе обсуждаем, что «не получилось» не является обоснованием того, что это сделать действительно нельзя.

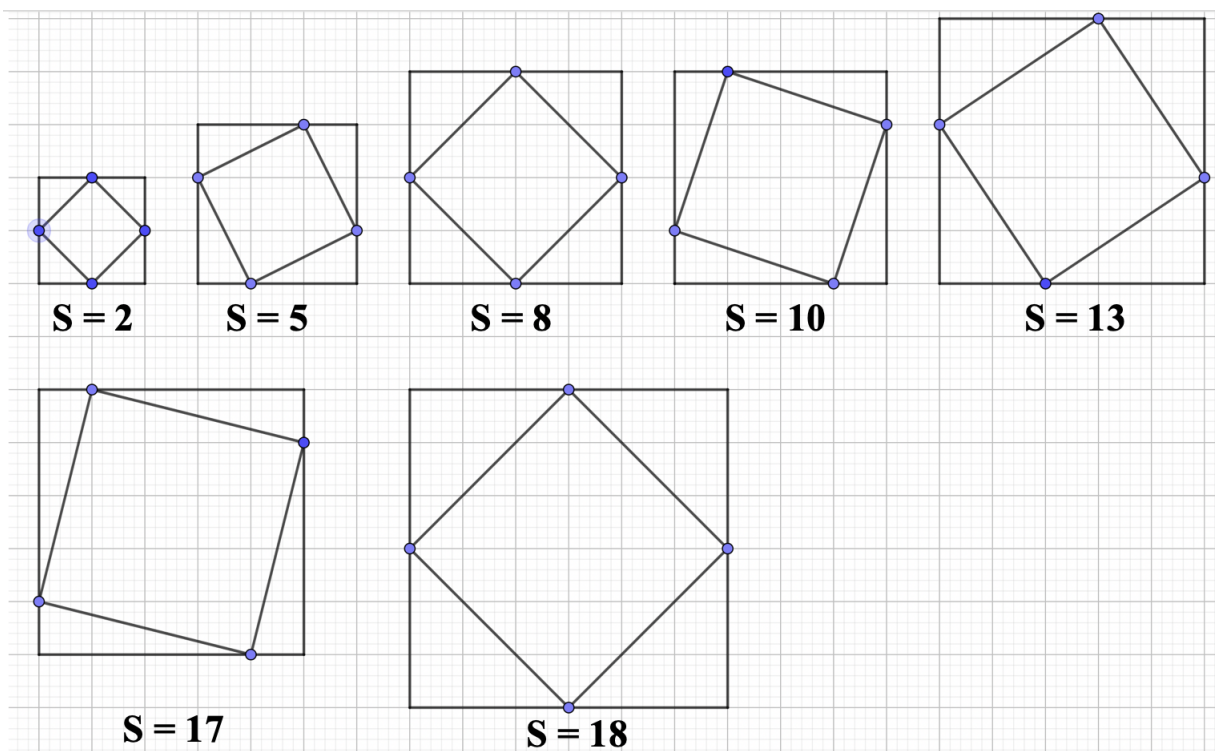


Рис. 2: Квадраты заданной площади

Учитель: попробуйте выдвинуть гипотезу, какому условию должна удовлетворять площадь квадрата, чтобы его можно было построить.

Ученик: *число может иметь заданную площадь, если оно представимо в виде суммы двух квадратов.*

Учитель: и действительно: ($5 = 1^2 + 2^2$, $8 = 2^2 + 2^2$, $13 = 3^2 + 2^2$ и т.д.). Давайте докажем это. Обозначим стороны треугольников a и b . А сторону получившегося квадрата c . Тогда чему будет равно его площадь?

Ученик: c^2

Учитель: Далее, переместим наши треугольники так, чтобы они образовали два прямоугольника. Что тогда произойдет?

Ученик: тогда все что осталось – это и есть c^2 .

Получим, $c^2 = a^2 + b^2$. См. рис. 3.

На самом деле здесь доказана теорема Пифагора, озвучивать это в рамках седьмого класса не обязательно

Учитель: давайте закрепим пройденный материал:

2. Можно ли построить квадрат площадью 33?

Ученик: очевидно, что нельзя, доказательство осуществляется методом перебора: $33 = 1^2 + 32 = 2^2 + 29 = 3^2 + 24 = 4^2 + 17 = 5^2 + 8$

Учитель: А знаете ли вы какие размеры у листа А4? Вы можете измерить, а можете найти информацию в интернете.

Ученик: 210 мм на 297 мм

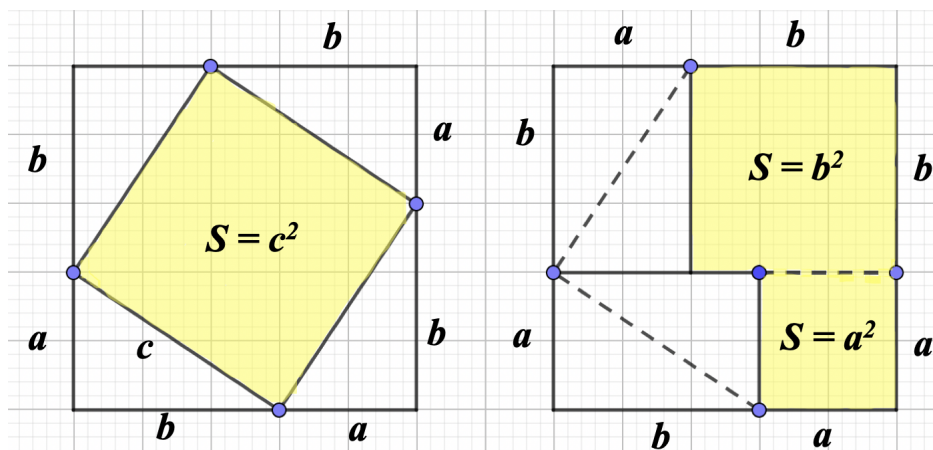


Рис. 3: Наглядное доказательство

Учитель: а теперь посчитайте, пожалуйста, отношение длины к ширине.

Ученик: получается число $\sqrt{2}$

Учитель: так вот, при первых попытках введения формата, предполагалось применить упомянутое ранее «золотое сечение». Но книжки в таких пропорциях выглядят уж больно уродливо (*Можно попробовать изобразить учебник алгебры 7 класса или книгу Гарри Поттера*). Почесав затылки, печатники сошлись на соотношении «1 к $\sqrt{2}$ ». То есть, примерно 1 : 1.4.

Решим практико-ориентированную задачу:

3. Есть ксерокс, который печатает увеличенные изображения. Нам нужно взять лист формата A4 и напечатать его на формате A3, так чтобы пропорции сохранились. Сколько процентов нужно выставить на принтере?

Как правило, ребята быстро догадываются, что нужно к 100% прибавить $\sqrt{2}$, однако быстро вспоминают, что такой кнопки нет, поэтому нужно выставить приблизительное значение.

Ученик: 141%

Учитель: а теперь давайте вернемся к яблоку. Для него тоже выполняются особые пропорции, но цифры немного иные. Что же вообще называется золотым сечением?

Чтобы сэкономить время нужно распечатать определения заранее и раздать ребятам на столы, положив лицевой стороной вниз.

Учитель: золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему: $c : b = b : a$. Запишите, пожалуйста, определение в свой конспект.

Далее показываем видео-фрагмент про золотое сечение (с 1:44 по 2:54). Ребят просим вписать в конспект, что $\phi = 1,618$. См. рис. 4.

Учитель: как вы думаете, что нам теперь предстоит узнать?

Ученик: выяснить как людям удалось определить такое деление отрезка.

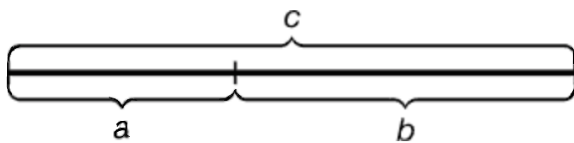


Рис. 4: Геометрическое изображение золотой пропорции

Далее осуществляется совместное построение.

1.2 Построение золотого сечения циркулем и линейкой

Дано: AB – отрезок произвольной длины.

Построить: точку E так, чтобы она делила отрезок AB в соотношении золотой пропорции.

Построение:

1. Из конца отрезка – точки B восстановим перпендикуляр BC , равный половине AB . (Строим окружность с центром в точке B с радиусом, равным $0,5AB$)
2. Соединяем отрезком точки A и C .
3. Строим окружность с центром в точке C радиуса BC , $BC \cap AC = D$.
4. Строим окружность с центром в точке A радиуса AD . $AD \cap AB = E$.
5. Точка E – искомая.

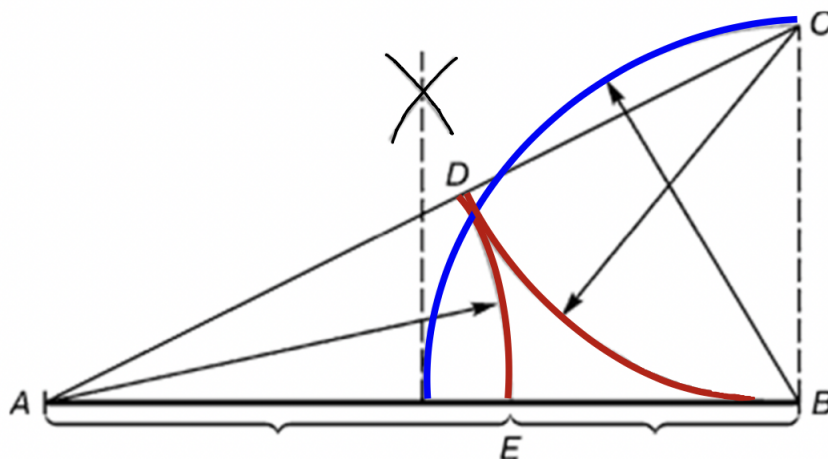


Рис. 5: Построение циркулем и линейкой

Учитель: измерьте, пожалуйста, длины отрезков AB , AE и EB , и скажите, что получилось?

Ученик: для этих отрезков выполняется «золотая пропорция»:

$$AE : EB = EB : AB.$$

Учитель: отрезки золотой пропорции выражаются бесконечной иррациональной дробью $AE = 0,618\dots$, если AB принять за единицу, $BE = 0,382\dots$

На экране видео-фрагмент из смешариков, где они собирают полку (с 2:56 по 3:24).



Рис. 6: Уместность золотого сечения

1.3 Золотое сечение в окружающем нас мире

На самом деле золотое сечение встречается почти везде и в отличии от полки, которую попытался соорудить Каркарыч, является очень полезным.

- Так, всеми нами любимые экраны TV и кредитные карточки имеют соотношение длины и ширины равное золотой пропорции.
- При исследовании математических закономерностей электрических колебаний мозга А.А.Соколов и Я.А.Соколов, показали, что соотношение частот волн (ритмов) электрических колебаний мозга равно золотой пропорции

IV. Закрепление

Учитель: давайте решим следующую задачу. (Можно вызвать кого-нибудь к доске).

4. Вырежьте из бумаги прямоугольник со сторонами 10 см и 16 см. Отрежьте от него квадрат наибольшей площади. Измерьте стороны получившегося прямоугольника

Решение: Рассмотрим прямоугольник $ABCD$ (рис. 7): пусть стороны $AB = 16$ см, $BC = 10$ см. Тогда отношение сторон примет следующий вид: $AB : BC = 16 : 10 = 1,6$. Т.е. первоначальный прямоугольник удовлетворяет зо-

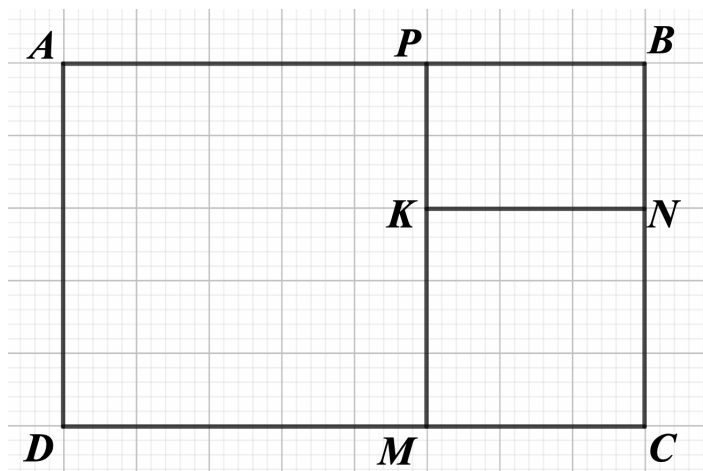


Рис. 7: к задаче 4

лотому сечению. Самый большой квадрат, который мы можем отрезать – это квадрат со стороной 10. Получим прямоугольник $PBCM$ со сторонами $PB = 6$, $PM = 10$. Для него золотая пропорция уже не выполняется: $10 : 6 \approx 1,666\dots$

Снова отрежем квадрат со стороной 6, получим прямоугольник $PKNB$ со сторонами: $PB = 6$ см, $PK = 4$ см, т.е. отношение сторон равно $6 : 4 = 1,5$. И т.д. Таким образом, квадрат $APMD$ имеет наибольшую площадь. А прямоугольник $PBCM$ имеет размеры 6 на 10.

Учитель: А теперь пришло время проверить, как же вы усвоили материал: каждой паре предлагается две картинки (рис. 8.). Проверьте, удовлетворяют ли они золотому сечению или нет? Напоминаю, что вы можете использовать калькуляторы. Когда закончится мелодия, ваше время закончится. Готовы?

[Картинки тоже должны быть в раздатке. Эталон высвечивается на экране.](#)

Учитель: встаньте те пары, у которых все выполнено верно. Молодцы. (Выяснить, почему не получилось у ребят, если такие будут.)

1.4 Подведем итоги

Учитель: как вы считаете, что мы с вами не успели затронуть?

Ученик: мы не узнали ничего из истории создания «золотого сечения».

Учитель: данную информацию вам предлагается найти самостоятельно и записать в конспект. Постарайтесь подобрать какие-нибудь интересные, не банальные факты.

Учитель: а удалось ли нам достичь поставленной цели?

Ученик: да.

Учитель: а какая она была?

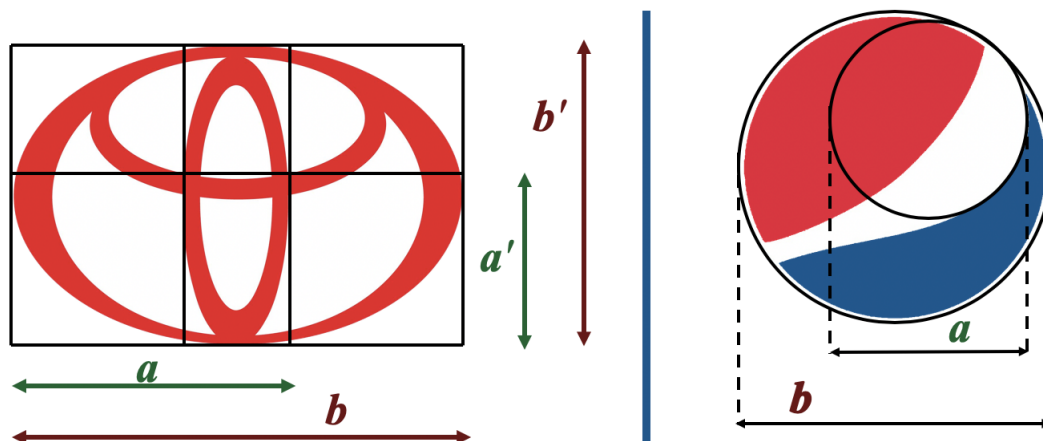


Рис. 8: задание для самостоятельной работы

Ученик: мы должны были познакомиться с понятием «золотого сечения» и узнать как оно получается.

V. Рефлексия

Существует всего около 10 тысяч сортов яблок. Сейчас выбора у вас будет, конечно, поменьше. Я вам предлагаю закрасить часть звезды тем цветом, с которым у вас ассоциируется урок.

Постарайтесь раскрашивать так, чтобы всем хватило места. К доске выходим по очереди, сначала первый ряд и т.д.

- Красный – восторг, узнал много нового;
- Оранжевый – все нормально, но есть непонятные моменты;
- Желтый – мне не очень понравилось;
- Коричневый – все плохо.



Рис. 9: Рефлексия

Домашнее задание:

1) Можно ли построить квадрат площадью: 20, 26, 27, 41. И если да, постройте, если нельзя – доказите это.

2) Оглянитесь вокруг, подумайте какие из окружающих вас бытовых предметов удовлетворяют золотому сечению. Выпишите их название в тетрадь вместе с измерениями (не менее пяти)

3) Подготовьте 3 интересных факта из истории золотого сечения.

Учитель: ну и напоследок, давайте посмотрим еще один отрывок.

[Показать видео-фрагмент из смешариков про пирожки \(с 4:01 по 4:26\).](#)

Учитель: на следующем предмете вы, возможно, не узнаете, как приготовить золотые пирожки, но вот похимичите уж точно! Спасибо за урок!