

Точное воспроизведение геометрических форм
на картинах и в компьютерной графике
приближает нас к пониманию
универсального языка природы.

Конспект урока по теме: **«УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА ВТОРОЙ СТЕПЕНИ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ИХ ГРАФИКИ. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ»**

ЦЕЛИ УРОКА:

- 1) Познакомить учащихся с понятием «уравнение и неравенство с двумя переменными»;
- 2) Научить определять степень уравнения с двумя переменными;
- 3) Научить определять по заданной функции, какая фигура является графиком данного уравнения;
- 5) Учить учащихся «читать» графики и выполнять построение графиков по заданному уравнению с двумя переменными
- 6) Развивать логическое мышление учащихся.

ОРГАНИЗАЦИЯ РАБОТЫ НА УРОКЕ.

Фронтальный опрос, работа в парах, индивидуальная самостоятельная работа.

ХОД УРОКА.

1. ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ МОМЕНТ.

- Учитель сообщает учащимся тему и цель урока.
- Рассказывает о том, как будет построен урок.

Домашнее задание: повторить преобразования функции, графики функций
Принести шаблоны и шаблоны круга и квадрата

При изучении линий возникают две задачи:
По геометрическим свойствам данной линии найти её уравнение;
Обратная задача: по заданному уравнению линии исследовать её геометрические свойства.

Первую задачу мы рассматривали в курсе геометрии применительно к окружности и прямой.

Сегодня мы будем рассматривать обратную задачу.

Рассмотрим уравнения вида:

а) $x(x-y)=4$; б) $2y-x^2=-2$; в) $x(x+y^2) = x + 1$.

– это примеры уравнений с двумя переменными.

Определения. 1) Уравнением с двумя переменными называется уравнение, равносильное $F(x, y) = 0$.

2) Решением такого уравнения называется упорядоченная пара $(x; y)$, которая обращает уравнение в верное равенство. Решить уравнение – найти множество его решений.

3) Если $F(x, y)$ является многочленом, то уравнение называется целым, причем степень уравнения совпадает со степенью многочлена.

Аналогичные определения можно ввести и для неравенств с двумя переменными.

Рассмотрим уравнение $ax + by + c = 0$ решением является пара чисел $(x; y)$

Например $3x + y + 1 = 0$ $y = 1 - 3x$ решением является пара чисел $(x; 1 - 3x)$

на уроках геометрии мы рассматривали фигуры, задаваемые уравнениями или неравенствами с двумя переменными. Вспомните, что называется уравнением фигуры Φ в декартовой системе координат?

[Уравнение с двумя переменными $F(x; y) = 0$ является уравнением фигуры Φ в декартовой системе координат, если точка принадлежит Φ т. и т. т., когда ее координаты являются решением уравнения]

Это определение позволяет также сформулировать определение графика уравнения или неравенства с двумя переменными.

Определение. **Графиком уравнения (неравенства) с двумя переменными называется множество точек, координаты которых являются решением этого уравнения (неравенства).**

Практически, речь идет все о том же взаимно однозначном соответствии между парами действительных чисел и точками координатной плоскости.

Устно: Даны уравнения:

А) Укажите, что является графиком каждого из уравнений.

Б) Задает ли это уравнение функцию (обоснуйте)?

а) $3x^2 - y = 0$;

в) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 5$;

д) $(x + 1)^2 + y^2 = 0$;

б) $x(y + 1) = 4$;

г) $|x| = 3$;

е) $x^2 + |y| + 1 = 0$

Сколько решений имеет уравнение с двумя переменными?

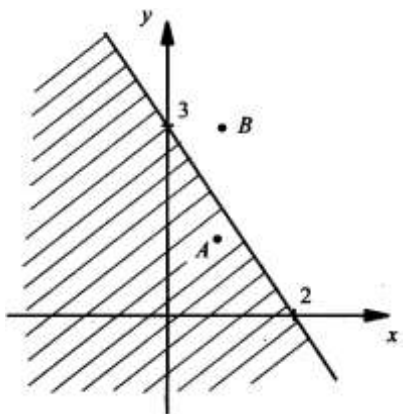
1. $3x + y + 1 = 0$ бесконечно много
2. $x^2 + (y^2 - 4)^2 = 0$ два решения $(0; -2)$ и $(0; 2)$
3. $2x^2 + y^2 = 0$. одно решение $(0; 0)$.
4. $x^4 + y^4 + 3 = 0$ вообще не имеет решений.

Два уравнения, имеющие одно и тоже множество решений, называют **равносильными уравнениями**.

Например, уравнение $x(x + y^2) = x + 1$ есть уравнение третьей степени, так как его можно преобразовать в уравнение $xy^2 + x^2 - x - 1 = 0$, правая часть которого – многочлен стандартного вида третьей степени.

Пример:

Изобразим на координатной плоскости множество решений неравенства $2y + 3x \leq 6$.



Сначала построим прямую $2y + 3x = 6$, или $y = 3 - 1,5x$. Она разбивает множество всех точек координатной плоскости на точки, расположенные выше ее, и точки, расположенные ниже ее. Возьмем из каждой области по *контрольной точке*, например $A(-1; 1)$ и $B(1; 3)$.

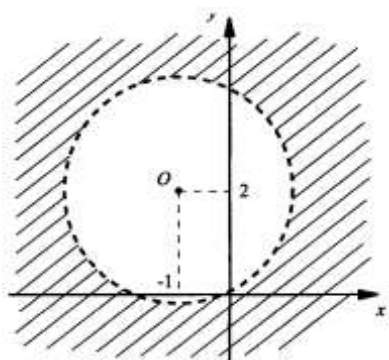
Координаты точки A удовлетворяют данному неравенству $2y + 3x \leq 6$, т. е. $2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) \leq 6$.

Координаты точки B не удовлетворяют данному неравенству $2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 \leq 6$.

Так как данное неравенство может изменить знак на прямой $2y + 3x = 6$, то неравенству удовлетворяет множество точек той области, где расположена точка A .
Заштрихуем эту область.

Таким образом, мы изобразили множество решений неравенства $2y + 3x \leq 6$.

Пример 3



Изобразим множество решений неравенства $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 1 > 0$ на координатной плоскости.

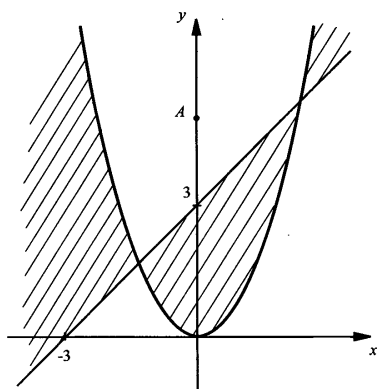
Построим сначала график уравнения $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 1 = 0$. Выделим в этом уравнении уравнение окружности: $(x^2 + 2x + 1) + (y^2 - 4y + 4) = 4$, или $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 2^2$.

Это уравнение окружности с центром в точке $O(-1; 2)$ и радиусом $R = 2$. Построим эту окружность.

Так как данное неравенство строгое и точки, лежащие на самой окружности, неравенству не удовлетворяют, то строим окружность.

Легко проверить, что координаты центра O окружности данному неравенству не удовлетворяют. Выражение $x^2 + 2x + y^2 - 4y + 1$ меняет свой знак на построенной окружности. Тогда неравенству удовлетворяют точки, расположенные вне окружности. Эти точки заштрихованы.

Пример 4



Изобразим на координатной плоскости множество решений неравенства

$$(y - x^2)(y - x - 3) \leq 0.$$

Сначала построим график уравнения $(y - x^2)(y - x - 3) = 0$. Им является парабола $y = x^2$ и прямая $y = x + 3$. Построим эти линии и отметим, что изменение знака выражения $(y - x^2)(y - x - 3)$ происходит только на этих линиях. Для точки $A(0; 5)$ определим знак этого выражения: $(5 - 0^2)(5 - 0 - 3) > 0$

(т. е. данное неравенство не выполняется). Теперь легко отметить множество точек, для которых данное неравенство выполнено.

Самостоятельная работа обучающего характера.

419. Определите степень уравнения:

а) $2y^2 - 3x^3 + 4x = 2$;

г) $(5x + y)(5x - y) = 0$;

б) $5y^4 - 3y^3x^2 + 2x^3 = 0$;

д) $(2y - x^2)^2 = x(x^2 + 4xy + 1)$;

$$в) (3x^2 + x)(4x - y^2) = x;$$

$$е) 3xy = (y - x^3)(x^2 + y).$$

420.

$$а) 2x = 5 + 3y;$$

$$б) 6x^2 - 5x = y - 1;$$

$$в) 2(x + 1) = x^2 - y;$$

422.

$$а) 3x - 5y - 15 = 0;$$

$$б) (x + 3)(y - 5) = 0;$$

$$в) xy + 12 = 0;$$

Какая фигура является графиком уравнения:

$$г) (x + 1,5)(x - 4) = 0;$$

$$д) xy - 1,2 = 0;$$

$$е) x^2 + y^2 = 9?$$

Постройте график уравнения:

$$г) x^2 + y^2 = 16;$$

$$д) x^2 - 2|x| - y = 0;$$

$$е) 3|y| + x^2 = 0.$$

Творческие задания (выполняются в группах по 4 человека)

Изобразите на координатной плоскости множество решений не равенства.

1 вариант

$$1) (x-1)(y+2) \leq 0;$$

$$2) (2x+3)(3y-2) \geq 0;$$

$$3) (y-x^2)(y-2) > 0;$$

2 вариант

$$6) (y^2-1)(x+2) > 0;$$

$$7) (x^2+y^2-4)(x+1) > 0;$$

$$8) (x^2+y^2-9)(y-2) < 0;$$

ИТОГ УРОКА.

Итак, сегодня мы с вами

- закрепили знания, умения и навыки по теме « Уравнения и неравенства с двумя переменными второй степени и их графики.».
- приобрели начальные навыки исследовательской деятельности.