

Тема. Объем конуса.

Учебник. Геометрия. А.Г. Атанасян.

Тип урока: урок закрепления знаний и формирования умений и навыков.

Цель: создать условия для повторения по темы "Объем конуса", организовать деятельность учащихся по выявлению зависимости объема конуса от его элементов.

Задачи:

Обучающие:

- повторить определение конуса, сечения конуса и его элементы;
- закрепить знание формул вычисления объема конуса, площади боковой поверхности конуса;
- сформировать знание о зависимости объема конуса от радиуса (при постоянной высоте) и от высоты (при постоянном радиусе);
- продолжить формирование умений и навыков по применению формулы объем конуса при решении задач;
- показать связь геометрии с природой, другими областями знаний;
- познакомить с возможностями программы "GeoGebra" для создания динамической модели конуса.

Развивающие:

- создать условия для развития:
 - навыков сотрудничества, самооценки и самоконтроля;
 - грамотной математической речи;
 - умения делать выводы и обобщения;
 - умения логически мыслить, аргументировать, доказывать, выдвигать гипотезы;
- способствовать развитию эмоций учащихся, через создание на уроке эмоциональных ситуаций удивления.

Воспитательные:

- активизировать познавательный интерес к предмету;
- способствовать эстетическому воспитанию обучающихся;
- способствовать воспитанию эмоционально-положительного отношения к традициям народов севера, истории родного края.

Методы обучения: диалогический, обобщающий, проблемно-поисковый, приглашение визитера.

Формы организации познавательной деятельности: индивидуальная, парная, фронтальная.

Средства обучения:

1. Проектор, ноутбук для учителя, ноутбук для обучающихся.
2. Презентация для проведения урока "Объем конуса".
3. Раздаточный материал: карточка с тестом, карточка с задачами, оценочный лист, развертка боковой поверхности конуса, модели конусов с равными высотами и разными радиусами, с равными радиусами и разными высотами (для экспериментаторов), фасоль.
4. Материалы: карточки с формулами, карточки для кластера.

Место (роль) мультимедийной разработки в учебном занятии:

Презентация используется проводится в первой половине урока (помогает актуализировать, систематизировать теоретические знания) и в конце урока (отображается вывод о зависимости объема конуса от высоты и радиуса).

Структура урока.

1. Организационный момент.
2. Актуализация знаний. Воспроизведение и коррекция опорных знаний учащихся.
3. Мотивация учебной деятельности учащихся. Постановка цели урока. Сообщение темы урока.
4. Самостоятельная работа учащихся.
 - 1) Решение задач на вычисление объема. (закрепление начальных умений и навыков, применение их в стандартных условиях — по аналогии).
 - 2) Исследование зависимости объема конуса от радиуса и высоты (применение обобщенных ЗУН в новых условиях).

-эксперимент по изучению зависимости объема конуса от его радиуса (высоты) с помощью созданной модели;

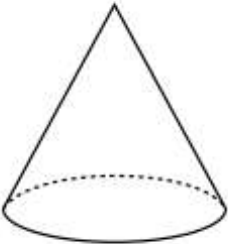
-практическая работа по созданию динамической модели конуса и исследование зависимости объема конуса от его радиуса (высоты) с помощью созданной модели;

- доказательство зависимости объема конуса от его радиуса (высоты)
5. Обобщение учащимися результатов работы. Отчет учащихся о способах и результатах выполненной работы и теоретическая интерпретация полученных результатов (формулирование выводов).
6. Применение полученных выводов при решении задач.
7. Подведение итогов урока.
(Установление соответствия между поставленной целью урока и его результатами, самооценка и оценка учителя).
8. Рефлексия.
(сбор модели конуса по развертке).

9. Информация о домашнем задании.

(Объем и содержание домашнего задания, инструктаж по его выполнению).

Оформление доски.

Формулы					
$V =$			1. Конус - это тело, 2. Боковая поверхность		7. Конус - тело вращения
$V =$					
$h =$					
$r =$					
$S_{\text{осн}} =$					
$S_{\text{бок}}$			3. Осевое сечение	5. Площадь основания конуса	8. Образующих
$\frac{1}{3} \pi r^2$	$\pi r l$				
$\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$		—			
$\frac{3V}{h}$	$\frac{3V}{\pi r^2}$				
$\frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$					
			4. Сечение, проведенное плоскостью, перпендикулярно оси конуса	6. Площадь боковой поверхности конуса	9. Объем конуса

Развернутый конспект урока.

1. Организационный момент.

- Здравствуйте, ребята, садитесь.
 - Загадайте двузначное число от 40 до 80. Умножь на 3. Отнимите 11. Прибавьте 17, разделите на 2 и закройте глаза. Темно, правда? Можно открыть глаза.
 - Меня зовут Ирина Николаевна, я рада видеть вас на нашем уроке!
 - Обратите внимание на материалы на вашем столе, подпишите оценочный лист.
- На уроке мы будем много работать, прошу вас не выкрикивать ответы вслух, отвечать поднимая руку, не вставая.

2. Актуализация знаний.

Урок мне бы хотелось начать с высказывания французского архитектора Ле Корбюзье:

"Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Все вокруг - (2 слайд)

- геометрия

"Я думаю, что никогда до настоящего времени мы не жили в такой геометрический период. Все вокруг - геометрия". Ле Корбюзье

- Действительно, мы живем в мире геометрии. Геометрия вокруг нас.
- Современные архитекторы, используя различные геометрические фигуры, создают неповторимые произведения искусства.
- А откуда они черпают свои идеи?

- из природы

- В природе все формы. Какую форму имеют данные объекты природы?

- коническую

- В нашей жизни встречаются разные объекты в форме конуса.
- Предположите, что это?

(последняя фотография чум)

- чум

- Как вы думаете, почему жилище кочевых народов Крайнего Севера имеет коническую форму?
- с крутой поверхности чума легко скатывается снег, в чуме всегда чистый воздух, дым висит только у самого отверстия верхней части чума

Опыт проживания в суровых условиях Севера помог ненцам создать такое жилище, конструкция которого, его форма и функции, объясняются строгими научными законами

- Конус находит широкое применение в жизни человека.

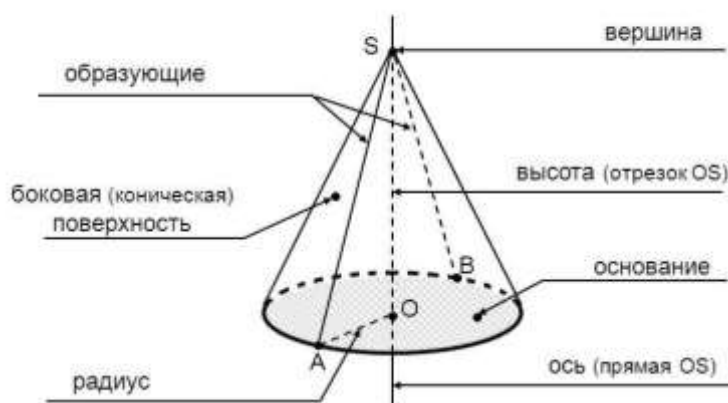
- А что вы уже знаете о конусе?

Следующие виды работ на данном этапе урока происходят одновременно:

1. Назови элементы конуса. Фронтальная работа.

- Назовите основные элементы конуса.

Элементы конуса



2. "Восстанови формулы".

- Сережа восстанови формулы у доски.

Один учащийся у меловой (маленькой) доски составляет формулы, а остальные записывают составленные формулы в тетрадь.

$V =$	
$V =$	
$h =$	
$r =$	
$S_{\text{осн}} =$	
$S_{\text{бок}}$	

$$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

$$\frac{3V}{h}$$

$$\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$$

$$\pi r l$$

$$\frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$\frac{3V}{\pi r^2}$$

$V =$	$\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$
-------	-------------------------------

$V =$	$\frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$
$h =$	$\frac{3V}{\pi r^2}$
$r =$	$\sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$
$S_{\text{осн}} =$	$\frac{3V}{h}$
$S_{\text{бок}}$	$\pi r l$

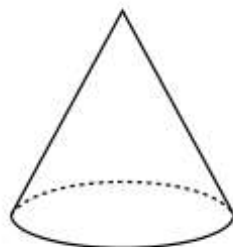
3. Кластер.

- Катя, Дима, на центральной части доски дополните кластер о конусе, используя материалы разложенные справа на доске.

1. Конус - это тело
ограниченное конической

2. Боковая поверхность

7. Конус - тело вращения



3. Осевое сечение

5. Площадь основания
конуса

8. Образующих

4. Сечение конуса,
проведенное плоскостью,
перпендикулярно оси
конуса

6. Площадь боковой
поверхности конуса

9. Объем конуса

- А всех остальных прошу взять карточку с тестом, подписать ее и приступить к выполнению.

1. Определение конуса	1. Тело, ограниченное поверхностью и кругами.
-----------------------	---

	2. Тело, ограниченное конической поверхностью и двумя кругами. 3. Тело, ограниченное конической поверхностью и кругами. 4. Тело, ограниченное конической поверхностью и кругом.
2. Что собой представляет боковая поверхность конуса?	1. Овал 2. Круг 3. Прямоугольник 4. Сектор
3. Что собой представляет осевое сечение конуса?	1. Овал 2. Круг 3. Прямоугольник 4. Треугольник
4. Что собой представляет сечение конуса, плоскостью, параллельной основанию?	1. Овал 2. Круг 3. Прямоугольник 4. Треугольник
5. Площадь основания конуса.	1. $S = 2\pi r^2$ 2. $S = 2\pi r$ 3. $S = \pi r^2$ 4. $S = 2\pi rh$
6. Площадь боковой поверхности конуса.	1. $S = 2\pi r^2$ 2. $S = 2\pi r$ 3. $S = \pi rl$ 4. $S = 2\pi rh$
7. Вращением, какой геометрической фигуры можно получить конус?	1. Вращением прямоугольного треугольника вокруг катета. 2. Вращением прямоугольника вокруг одной из сторон. 3. Вращением прямоугольного треугольника вокруг гипотенузы. 4. Вращением прямоугольника вокруг диагонали.

8. Сколько образующих можно провести в конусе?	1. Одну 2. Две 3. Три 4. Бесконечное множество
9. Объем конуса.	1. $V = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot h$ 2. $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ 3. $V = \pi r^2 \cdot h$ 4. $V = \frac{2}{3} \pi R^2 \cdot h$
10. Как изменится объем конуса V, если радиус основания увеличить в 3 раза, а высоту уменьшить в 5 раз?	1. Не изменится 2. Увеличится в 1,8 раза 3. Увеличится в 3\5 раза 4. Затрудняюсь ответить

- Проверим, как вы справились с работой.

- Итак, элементы конуса вы знаете, все верно. (слайд с правильными подписями)

- Формулы составлены верно.

- Проверим тест, воспользовавшись кластером на доске.

1. Конус -это тело, ограниченное конической поверхностью и кругом.

2. Боковая поверхность конуса - это сектор.

3. Осевое сечение -это треугольник.

- Проверьте остальные ответы.

- Какой ответ получился в 10 вопросе? (спросить у кого, что получилось) и записывать ответы на маленькой доске справа.

- Может кто-то выбрал третий вариант ответа.

- А почему разные ответы? Мы не пришли к единому мнению по этому вопросу теста.

-мы чего-то не знаем

- Что вызвало затруднение?

3. Постановка учебной задачи, целей урока.

- Сформулируйте цель нашего урока.

- ответы детей

Тема, цель.

- Цель нашего урока: выявить зависимость объема конуса от его элементов. Запишите тему в тетради «Объем конуса».

(учитель пишет на доске название темы).

ВИЗИТЕР

- Здравствуйте. Я представительница коренного народа ханты нашего округа. Мне сказали, что здесь знают все о конусе, о его применение в жизни. Это то, что мне надо, помогите пожалуйста. (На слайде чум и рядом геометрический рисунок конуса с осевым сечением конуса).

- Проблемный вопрос:

Моя семья заготовила жерди для боковой поверхности чума, длиной **5 метров**. Подскажите, какой высоты построить чум, чтобы объем был наибольший, чтобы вместительнее был чум, комфортнее и несложно было его практически построить. (вынести проблему на слайд)

4. Самостоятельная работа учащихся.

1) Решение задач на вычисление объема.

- Мы подумаем, как вам помочь. Присаживайтесь, пожалуйста.

- Ребята, предположите, какой может быть высота чума?

- от нуля до пяти

- Как это выяснить?

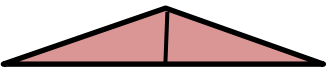
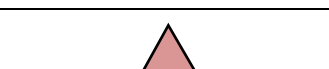
- Представим математическую модель данной проблемы. (появляется слайд с рисунком конуса с осевым сечением, на этом же слайде равнобедренный треугольник с выделенным в нем прямоугольным треугольником)

- Решите в парах выделенную задачу, не подставляя числовое значение Π .

Сам работа над задачами. (5 минут)

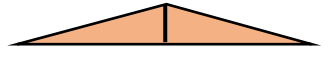
Задача. Образующая l конуса равна 5. Определите длину высоты и длину радиуса конуса для практического построения чума. Решите выделенную задачу (и любую другую).

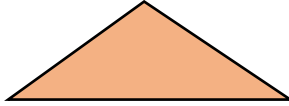
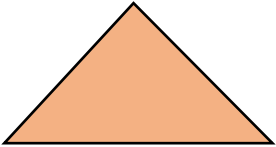
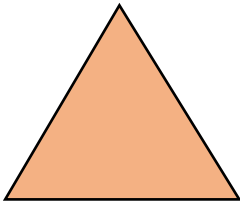
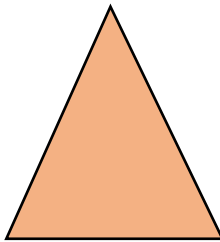
№п/п	Осевое сечение конуса	Высота	Радиус	Вычисление объема $V=1/3\pi*h*r^2$	Объем

1		$h=1$	$r^2=5^2 - h^2=24$	$V=1/3\pi*1*24$	8π
2		$h=2$			
3		$h=2,5$			
4		$h=3$			
5		$h = r \approx 3,5$	$2r^2=25$ $r^2= 25/2$ $r=\sqrt{12,5}$	$V \approx 1/3\pi*3,5*12,5$	$14,7\pi$
6		$h=4$			
7		$h=4,5$			
Вывод					

Для каждого ученика выделить строчку для решения.

Итоговая таблица

№п/п	Осевое сечение конуса	Высота	Радиус	Вычисление объема $V=1/3\pi*h*r^2$	Объем
1		$h=1$	$r^2=5^2 - h^2=24$	$V=1/3\pi*1*24$	8π

2		$h=2$	$r^2=5^2 - h^2=21$	$V=1/3\pi*2*21$	14π
3		$h=2,5$	$r^2=5^2 - h^2=$ $=25-6,25=18,75,$ $r\approx 4,3.$	$V=1/3\pi*2,5*18,75$	$15,6 \pi$
4		$h=3$	$r^2=5^2 - h^2=16,$ $r=4$	$V=1/3\pi*3*16$	16π
5		$h = r\approx 3,5$	$2 r^2=25$ $r^2= 25/2$ $r=\sqrt{12,5}$	$V\approx 1/3\pi*3,5*12,5$	$14,7 \pi$
6		$h=4$	$r^2=5^2 - h^2=9$	$V=1/3\pi*4*9$	12π
7		$h=4,5$	$r^2=5^2 - h^2=$ $=25-20,25=4,75,$ $r\approx 2,2.$	$V=1/3\pi*4,5*4,75\approx$ $\approx 7,1 \pi$	$7,1 \pi$
	Вывод: Оптимальные размеры для построения чума	$H = 3м$	$R = 4м$	Оптимальный объем	$16\pi (м^3)$
	Полезная информация	$H = 5/\sqrt{3}$ $\approx 2,89$	$R = \sqrt{50/3}\approx 4,08$	Наибольший объем $V=1/27\pi*250\sqrt{3}$	$\approx 16,04 \pi$

- Ребята сейчас мы будем проверять результаты, и вы заполните последний столбец.

- Назовите свои результаты.

- Чему равен объем конуса в первой задаче?

- При каком значении высоты получается оптимальный объем для построения чума?

-при высоте 3 метра и радиусе 4метра

Беру листок-заготовку с рисунком чума и подписываю размеры высоты и радиуса.

- Я вам дарю чертеж чума с необходимыми размерами.

Гостя отвечает:

- Спасибо, вы мне очень помогли. До свидания.

Гостья уходит.

2) Исследование зависимости объема конуса от радиуса и высоты

- Мы с вами сейчас поработали над задачей, в которой образующая была постоянной. Исследуем как зависит объем конуса от радиуса при постоянной высоте и от высоты при постоянном радиусе?

Распределимся на группы для выполнения заданий

- Два человека (показать на конкретных учащихся) займите места конструкторов

Вы вдвоем займите места практиков.

А вас я прошу оставаться на местах теоретиков.

Две группы:

1. Исследует зависимость объема конуса от высоты при постоянном радиусе.
2. Исследует зависимость объема конуса от радиуса при постоянной высоте.

- Приступайте к работе в соответствии с инструкциями.

Три различных способа выявления зависимости:

- работают практики (работа в программе GeoGebra);

1 ряд

r	1	2 (увел. в 2 раза)	3(увел. в 3 раза)	4(увел. в 4 раза)	5(увел. в 5 раз)
V_n	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{20\pi}{3}$	15π	$\frac{80\pi}{3}$	$\frac{125\pi}{3}$
V_n/V₁	—	4	9	16	25
Объем		Увеличивается в 4 раза	Увеличивается в 9 раза	Увеличивается в 16 раза	Увеличивается в 25 раза

2 ряд

h (AB)	1	2 (увел. в 2 раза)	3(увел. в 3 раза)	4(увел. в 4 раза)	5(увел. в 5 раз)
V_n	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$	4π	$\frac{16\pi}{3}$	$\frac{20\pi}{3}$

V_n/V_1	—	2	3	4	5
Объем		Увеличивается в 2 раза	Увеличивается в 3 раза	Увеличивается в 4 раза	Увеличивается в 5 раз

- экспериментаторы (опыты)

Инструкция:

1. Используя малый конус, выясните сколько фасоли вмещается в большой конус.
2. Сделайте ввод.

- теоретики (формулы)

Выясните как зависит объем конуса от изменения радиуса при постоянной высоте.

$$1. V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

Увеличьте радиус в два раза:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi (2r)^2 \cdot h = \frac{4}{3} \pi r^2 \cdot h$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{4}{3} \pi r^2 \cdot h}{\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h} = 4$$

Вывод: _____

2. Увеличьте радиус в 3 раза:

Вывод: _____

3. Увеличьте радиус в 4 раза:

Вывод:

4. Увеличьте радиус в 5 раз:

Вывод:

Выясните как зависит объем конуса от изменения высоты при постоянном радиусе.

$$1. V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$$

Увеличьте высоту в два раза:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot 2h = \frac{2}{3} \pi r^2 \cdot h$$

$$\frac{V_1}{V} = \frac{\frac{2}{3} \pi r^2 \cdot h}{\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h} = 2$$

Вывод: _____

2. Увеличьте высоту в 3 раза:

Вывод: _____

3. Увеличьте высоту в 4 раза:

Вывод: _____

4. Увеличьте высоту в 5 раз:

Вывод: _____

5. Обобщение учащимися результатов работы.

- Ребята озвучьте ваши выводы.

-Пожалуйста, первый ряд, группа экспериментаторов. Группа теоретиков. Группа практиков.

-Пожалуйста, второй ряд, группа экспериментаторов. Группа теоретиков. Группа практиков.

Вывод на слайде:

1. Если радиус увеличить в k раз, а высота не изменяется, то объем увеличится в k^2 раз.

2. Если высота увеличивается в k раз, а радиус не изменяется, то объем увеличится в k раз.

6. Применение полученных выводов при решении задач.

-Решите задачи.

1. Во сколько раз надо уменьшить высоту конуса (не изменяя основания), чтобы его объём уменьшился в 9 раз?

2. Объём конуса увеличился в 16 раз. Как изменился радиус основания, если высота осталась прежней ?

3. Как изменится объём конуса V , если радиус основания увеличить в 3 раза, а высоту уменьшить в 5 раз?

Верный ответ к этой задаче увеличится в 1,8 раза.

Проговорить если радиус увеличивается в 3 раза, то объём увеличится в 9 раз, а высота уменьшается в 5 раз объём уменьшается в 5 раз.

7. Подведение итогов урока.

- Какую цель мы ставили в начале урока?

- Добрались цели?

- Скажите, а где вы можете применить знания о зависимости объёма конуса от его элементов??

5. Домашнее задание

А значит, вы с лёгкостью справитесь с домашним заданием. Обратите внимание на карточку с домашними задачами.

Найти функциональную зависимость объёма конуса от радиуса его основания

Рефлексия.

- У кого урок оставил положительные впечатления, соберите коническую поверхность зеленого цвета из развертки на вашем столе.

- У кого урок оставил другие эмоции соберите коническую поверхность белого цвета из развертки на вашем столе.

- Посмотрите, какой лес у нас получился, елочки и сугробы.

Чем бы вы не занимались в будущем, изучали сопки Дальнего востока, воронки метеоритов, осваивали космическое пространство или кулинарное искусство, конструировали, моделировали, исследовали, строили в вашей жизни будет встречаться геометрия, и пригодятся знания полученные в школе.

Урок окончен, всем спасибо.

