

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кемеровский государственный университет (КемГУ)»
Среднетехнический факультет

УЧЕБНАЯ ДИСЦИПЛИНА
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА
План - конспект учебного занятия
тема «Комбинаторика»

ПОДГОТОВИЛ
преподаватель
Новоселова Елена Викторовна

ПЛАН – КОНСПЕКТ

Тема урока: Комбинаторика

Вид урока: комбинированный урок

Оборудование: калькуляторы, проектор, доска

Развернутая целевая установка урока

Цель

Дать понятие комбинаторики, комбинаторного соединения. Научить применять новые знания на практике; выработать и закрепить навыки определения вида комбинаторного соединения и нахождения их числа (решения задач).

Задачи

Образовательные

Вооружение знаниями. Закрепление знаний, умений, навыков. Углубление, систематизация и обобщение знаний.

Развивающие

Способствовать развитию познавательных способностей студентов (воображение, внимание, точность, внимательность, логическое мышление, культура речи) и аналитических навыков (сравнение, обобщение).

Воспитательные

Воспитание интереса к изучаемому материалу, навыков организации самостоятельной работы, умения выступать перед аудиторией; воспитание логического, конструктивного, наглядно – образного мышления.

Ожидаемый результат

Развитие у студентов логического и алгоритмического мышления, общей математической культуры, индивидуальных интеллектуальных способностей и познавательных возможностей. Овладение умением работы с решением комбинаторных задач.

Раздаточный материал

Листы с аудиторными заданиями (или презентация, где каждая задача на отдельном слайде приводится с ответом), варианты задач индивидуального письменного опроса.

ХОД УРОКА

1. Организационная часть (1 – 2 минуты).
2. Формулировка темы и цели урока (2 – 3 минуты).
3. Объяснение нового материала (25 – 30 минут):

а) Комбинаторика. Виды комбинаторных соединений (раздаточный материал или проектор).

Комбинаторика – это раздел математики, занимающийся решением задач, связанных с выбором и расположением элементов некоторого множества на основании определенных условий.

В зависимости от того, как образуется комбинация, различают перестановки, сочетания и размещения. Число элементов множеств вычисляют по формулам комбинаторного анализа.

Пусть имеется множество n – различных объектов. Последовательность m объектов из n называется комбинацией из n объектов по m . Комбинации называют упорядоченными в случае, когда две комбинации, содержащие одинаковые объекты, рассматриваются как различные, если эти объекты расположены в различном порядке. Комбинации называются неупорядоченными, если комбинации, содержащие одни и те же объекты, считаются одинаковыми независимо от порядка расположения этих объектов. При определении числа различных комбинаций применяют основное правило комбинаторики, заключающееся в следующем. Пусть требуется последовательно выполнить i – действий, причём первое действие можно выполнить n_1 способами, второе действие n_2 способами и т.д., наконец, i -е действие n_i способами. Число возможных способов выполнения всей последовательности действий определяется произведением $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_i$.

Пусть имеется n – различных объектов. Будем размещать эти объекты по m – местам следующим образом: извлекаем объект из общего числа n , отводим ему очередное незанятое место и не возвращаем этот объект обратно. Комбинации, полученные таким образом, называются *размещениями* из n объектов по m , а процедура их построения – выбором без возвращения. Число размещений из n объектов по m обозначается A_n^m и вычисляется по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Число $n!$ называют n – факториал. Оно равно произведению первых n – натуральных чисел, т.е. $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$.

Перестановками называются комбинации всех элементов множества, которые отличаются друг от друга порядком расположения объектов. Перестановки являются частным случаем размещений, когда число мест

совпадает с числом объектов, т. е. когда $m = n$. Число перестановок из n объектов обозначается P_n и вычисляется по формуле:

$$P_n = n!$$

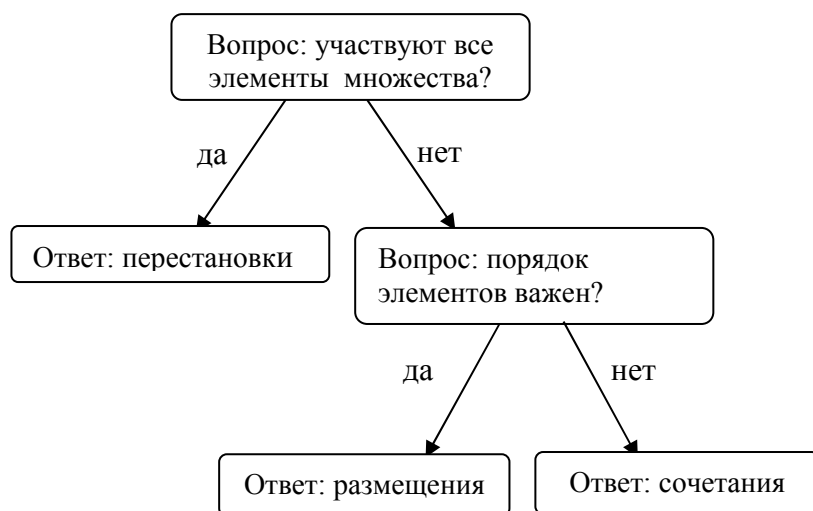
Сочетаниями из n объектов по m называются такие комбинации по m объектов из данных n , которые отличаются друг от друга хотя бы одним объектом. Число сочетаний обозначается C_n^m . Все сочетания можно получить из размещений путём исключения лишних перестановок из m объектов. Следовательно,

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Например, рассмотрим учебную группу, состоящую из 25 человек. Построение всевозможных списков из имеющегося числа фамилий всех студентов этой учебной группы – перестановки. Число таких списков равно числу перестановок из 25 фамилий и вычисляется $P_{25} = 25!$ Если из учебной группы нужно отобрать трех человек, то есть из общего числа 25 выбрать 3, то это комбинация – сочетания из 25 по 3. Количество таких списков по 3 фамилии из 25 будет равно числу сочетаний из 25 по 3 и вычисляться по формуле $C_{25}^3 = \frac{25!}{3!(25-3)!} = \frac{25!}{3! \cdot 22!} = \frac{23 \cdot 24 \cdot 25}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2300$. Если из учебной группы

нужно отобрать трех человек с присвоением каждому определенного номера, то есть из общего числа 25 выбрать 3 и расставить в определенном порядке, то это комбинация – размещения из 25 по 3. Количество таких списков будет равно числу размещений из 25 по 3 и вычисляться по формуле $A_{25}^3 = \frac{25!}{(25-3)!} = \frac{25!}{22!} = 23 \cdot 24 \cdot 25 = 13800$.

Для определения вида комбинации удобно пользоваться следующей схемой (слайд):



б) Примеры решения задач (раздаточный материал или презентация)

Для решения задач необходимо внимательно прочитать условие, определить множество объектов, количество элементов множества и какова комбинация элементов множества.

Задача 1.

Сколько различных четных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 4, 7, 9, если в записи каждого числа цифры различны?

Решение.

Имеется множество цифр $\{1, 3, 4, 7, 9\}$. Так как составляется пятизначное число с различными цифрами, то повторений нет. Так как число четное, то последняя цифра в записи числа – 4. Таким образом, имеется четыре различных цифры, которые надо расставить по четырем различным местам, т.е. различных четных пятизначных чисел из цифр 1, 3, 4, 7, 9 будет равно числу перестановок из четырех элементов, $P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$.

Ответ: 24.

Задача 2.

Набирая номер телефона, абонент забыл последние 2 цифры, и, помня, что они различны, набирал их наудачу. Сколько возможно звонков абонента?

Решение.

Всего цифр десять: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. На первом и втором месте может быть любая цифра из десяти цифр. Т.е. имеется десять различных цифр, из которых надо выбрать две и расставить по двум различным местам. Таким образом, число звонков абонента равно числу размещений из 10 по 2,

$$A_n^m = \frac{10!}{(10-2)!} = \frac{10!}{8!} = 9 \cdot 10 = 90.$$

Ответ: 90.

Задача 3.

Из четырех юристов и восьми экономистов надо составить комиссию в составе шести человек, причем в нее должны входить два юриста. Сколько получится различных комиссий?

Решение.

Комиссия состоит из шести человек, причем в нее должны входить два юриста. Т.е. в составе комиссии два юриста и четыре экономиста. Выбрать двух юристов из четырех можно C_4^2 – способами. Выбрать четырех экономистов из восьми можно C_8^4 – способами. Тогда количество различных комиссий будет

$$\text{равно } C_4^2 \cdot C_8^4 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{8!}{4! \cdot 4!} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot \frac{7 \cdot 8}{1 \cdot 2} = 6 \cdot 28 = 168.$$

Ответ: 168.

4. Систематизация и обобщение знаний умений, навыков – решение задач с объяснением и записью решения на доске (раздаточный материал) (25 – 30 минут).

Решить задачи:

1. Сколько можно составить различных списков из 10 различных фамилий?
Ответ: 10!
2. Из двенадцати видов пирожных для подарочного набора надо выбрать всего три. Сколько получится различных подарочных наборов?
Ответ: 220.
3. Сколько пятизначных чисел, кратных пяти, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 без повторения цифр?
Ответ: 24.
4. Сколько можно составить целых чисел, каждое из которых записывается тремя различными цифрами?
Ответ: 648.
5. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 составлены семизначные числа без повторения цифр. Сколько среди них чисел, в которых цифры 2 и 5 стоят рядом?
Ответ: 1440.
6. Из семи гвоздик и пяти тюльпанов надо составить букет, в котором три гвоздики и два тюльпана. Сколькими способами это можно сделать?
Ответ: 350.
7. Сколькими способами можно рассадить за круглым столом 8 мужчин и 8 женщин так, чтобы никакие два мужчины и никакие две женщины не сидели рядом?
Ответ: $2 \cdot (8!)^2$.

5. Письменный опрос: студенты получают вариант задач по теме. Каждый за решение задачи получает оценку (10 – 15 минут).

Каждый вариант содержит три стандартных задачи на каждое из рассмотренных комбинаторных соединений. Необходимо по условию задачи правильно определить вид комбинации, записать подходящую формулу для решения задачи и провести необходимые вычисления.

Примеры вариантов письменного опроса.

ВАРИАНТ 1.

1. Сколькими способами можно расставить 6 различных книг на одной книжной полке?
2. Сколько способов выбрать двух человек из двадцати?
3. В чемпионате мира по фигурному катанию принимают участие 18 спортивных пар. Сколькими способами могут быть распределены золотая, серебряная и бронзовая медали между парами?
Ответ: 1) 720; 2) 190; 3) 4896.

ВАРИАНТ 2.

1. Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 8 без повторения цифр?
 2. Для урока рисования из набора акварельных красок надо выбрать четыре. Сколько возможно различных решений по цветовой гамме, если в наборе 12 красок?
 3. В учебной группе надо выбрать старосту и двух его заместителей по учебной и информационной видам деятельности. Сколько получится различных активов, если в группе 20 студентов?
- Ответ: 1) 24; 2) 495; 3) 6840.

ВАРИАНТ 3.

1. В летнюю сессию 4 экзамена. Сколькими способами можно составить расписание экзаменов для одной учебной группы?
 2. Сколько различных двузначных чисел без повторения можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9?
 3. Сколькими способами можно выбрать пять книг из 20?
- Ответ: 1) 24; 2) 20; 3) 15504.

7. Заключительная часть: задание на дом; объявление оценок за урок (5 минут).

Повторно изучить тему «Комбинаторика», используя учебники Кремера Н.Ш. «Теория вероятностей и математическая статистика» гл.1 §1.5 [5] или Калининой В.Н. «Теория вероятностей и математическая статистика» гл.1 §1.2 – 1.4 [1]. Составить конспект (используя приведенный план), разобрать примеры решенных задач и провести вычисления с помощью Microsoft Excel.

План конспекта:

1. Что такое комбинаторика.
2. Виды комбинаторных соединений.
3. Перестановки. Формула для нахождения числа перестановок.
4. Сочетания. Формула для нахождения числа сочетаний.
5. Размещения. Формула для нахождения числа размещений.

8. Подведение итогов урока и постановка задачи на следующий (5 минут).

ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ МЕТОДИЧЕСКОЙ РАЗРАБОТКИ

1. Калинина, В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. для бакалавров / В. Н. Калинина. – 2-е перер. и доп. – Москва : Юрайт Издательство ООО, 2017. – 472 с. – [Допущено МО РФ].
2. Спирина, М. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. для студентов учреждений сред. проф. образования / М. С. Спирина, П. А. Спирин. – 8-е изд., стер. – Москва : ИЦ «Академия», 2017. – 352 с. – [Рекомендовано ФГАУ «ФИРО»].
3. Спирина, М. С. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач [Текст] : учеб. пособие для студентов учреждений сред. проф. образования / М. С. Спирина, П. А. Спирин. – 3-е изд., стер. – Москва : ИЦ «Академия», 2017. – 192 с. – [Рекомендовано ФГАУ «ФИРО»].
4. Дискретная математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования / М.С. Спирина, П.А. Спирин. – 4-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2019. – 368 с.
5. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей : учебник и практикум для СПО / Н. Ш. Кремер. — М. : Юрайт, 2017. — 271 с.
6. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. для СПО / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - М. : Юрайт, 2017. - 479 с. (ЭБС Юрайт)