

Оглавление

Введение.....	2
Глава 1.	4
1.1. Определение золотого сечения.....	4
1.2. Основные свойства золотого сечения.....	5
1.3. Последовательность Фибоначчи	8
1.4. Пифагоровы тройки	11
1.5. Значение и роль Пифагоровых троек.....	11
Глава 2.	13
2.1. Прямоугольники и золотое сечение.....	13
2.2. Свойства «золотого» прямоугольника.....	14
2.3. Прямоугольник с отношением $\sqrt{2}$	14
Глава 3.	16
3.1. Леонардо: золотое совершенство	16
3.2. «Витрувианский человек» - идеальные пропорции	16
3.3. Золотое сечение в живописи.....	17
3.4. Золотое сечение и архитектура.....	19
3.5. Современная архитектура	21
3.6. Ле Корбюзье	22
3.7. Золотое сечение в работах Ле Корбюзье	24
Заключение	27
Приложение	28
Список литературы	37

Введение

На протяжении многих веков люди восхищались произведениями искусства великих художников и архитекторов от Леонардо да Винчи до Сальвадора Дали. Но в чём же заключался секрет целостности и гармоничности их работ?

Как бы это невероятно ни звучало, ответом на эти вопросы является просто число, известное на протяжении многих веков, которое постоянно появляется в различных творениях природы и искусства. В результате этому числу были даны такие имена, как «божественное сечение», «золотое сечение» и «золотое число». Но подробнее разберем это в моем проекте и продукте моей работы.

Гипотеза: полученные математические знания можно применить на практике.

Цель работы: изучить понятие «золотое сечение», выявить характерные особенности золотого сечения в архитектуре, а также создать примерные расчеты собственного здания, построенного по правилу «золотого сечения».

Данная цель обусловила собой постановку ряда конкретных задач:

1. Раскрыть сущность принципа «золотого сечения» в мире математики;
2. Исследование репродукций картин знаменитых художников, архитектурных сооружений на предмет «золотого сечения»;
3. Создать примерные расчёты здания, построенное самостоятельно по принципу «золотого сечения».

Объект исследования: золотое сечение.

Предмет исследования: предметы искусства, архитектуры, живописи по правилу «золотое сечение».

Методы исследования:

1. Изучение литературы про золотое сечение.
2. Изучение возникновения золотого сечения в мире математики.
3. Работа с источниками Интернет-ресурсов.
4. Просмотр художественных фильмов на тему проекта.

Актуальность: люди, не подозревая, возводили свои творения в золотом сечении. Именно такие строения и произведения до сих пор считаются шедеврами мировой архитектуры, живописи. Творения, несущие в себе конфигурацию золотого сечения, представляются соразмерными и согласованными, всегда приятны взгляду.

Глава 1.

1.1. Определение золотого сечения

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему $a:b=b:c$ или $c:b=b:a$ (рис.1).

Записать это число практически невозможно не потому, что оно слишком большое, - оно чуть больше, единицы- а потому, что оно состоит из бесконечного ряда цифр, которые никогда не образуют повторяющуюся группу. Поэтому существует формула для записи золотого сечения:

$$\Phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}.$$

Золотое сечение является иррациональным числом, которое обозначается буквой фи (Φ). Оно было открыто древними греками и в дошедшей до нас античной литературе золотое деление впервые упоминается в «Началах» Евклида.

Во 2-й книге «Начала» дается геометрическое построение золотого деления. После Евклида исследованием золотого деления занимались Гипсикл (II в. до н.э.), Папп (III в. н.э.) и др.

В эпоху Возрождения усиливается интерес к золотому делению среди ученых и художников в связи с его применением как в геометрии, так и в искусстве, особенно в архитектуре Леонардо да Винчи, художник и ученый, видел, что у итальянских художников эмпирический опыт большой, а знаний мало. Он задумал и начал писать книгу по геометрии, но в это время появилась книга монаха Луки Пачоли, и Леонардо оставил свою затею. По мнению современников и историков науки, Лука Пачоли был настоящим светилом, величайшим математиком Италии в период между Фибоначчи и Галилеем. Лука Пачоли был учеником художника

Пьеро делла Франчески, написавшего две книги, одна из которых называлась «О перспективе в живописи». Его считают творцом начертательной геометрии.

В 1509 г. в Венеции была издана книга Луки Пачоли «Божественная пропорция» с блестяще выполненными иллюстрациями, ввиду чего полагают, что их сделал Леонардо да Винчи. Книга была восторженным гимном золотой пропорции. Среди многих достоинств золотой пропорции монах Лука Пачоли не преминул назвать и ее «божественную суть» как выражение божественного триединства бог сын, бог отец и бог дух святой

Леонардо да Винчи также много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название золотое сечение. Так оно и держится до сих пор как самое популярное.

1.2. Основные свойства золотого сечения

После того, как я рассказала историю золотого сечения и определила его как иррациональное число, можно начать изучение его математических свойств.

Прежде всего, посчитаем значение числа Φ (рис.2).

Разделим отрезок на две части, тогда он будет разделен в крайнем и среднем отношении в терминах Евклида, иначе говоря, в «золотом» отношении, если $\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$

Если дроби равны, то равны и соответствующие произведения по правилу «крест-накрест»: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a * d = b * c$. Это приводит нас к квадратному уравнению:

$$x*(x-1)=1*1 \rightarrow x^2-x=1,$$

которое эквивалентно уравнению

$$x^2-x-1=0 \quad (1)$$

У этого уравнения есть два решения. Но нас интересует положительное.

Это и есть искомое число, которое мы обозначим Φ .

$$\Phi^2-\Phi-1=0 \Rightarrow \Phi^2=\Phi+1 \quad (2)$$

Начиная с уравнения (2), несколько раз умножим обе части на Φ и получим:

$$\Phi^3= \Phi^2+\Phi$$

$$\Phi^4= \Phi^3+\Phi^2 \quad (3)$$

$$\Phi^5=\Phi^4+\Phi^3$$

Мы видим, что любая степень Φ равна сумме двух предыдущих степеней. В результате, имея значения Φ и Φ^2 , нам не нужно выполнять операции умножения для получения других степеней Φ , достаточно сложить две последовательных степени, чтобы получить следующую.

Вычислим теперь значение $\frac{1}{\Phi}$, чтобы проверить, случаен ли был результат, который мы получили с приближенным значением Φ .

Начнём с выражения (2), определяющего Φ :

$$\Phi^2=\Phi+1$$

$$\Phi^2-\Phi=1.$$

Разделим все члены этого уравнения на Φ :

$$\frac{(\Phi^2 - \Phi)}{\Phi} = \frac{1}{\Phi}$$

Это удивительное свойство открывает нам новые возможности.

Проиллюстрируем это, найдя значение следующей последовательности квадратных корней:

$$A = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}} \quad (5)$$

Добавляя по одному корню из единицы, мы получим последовательность приближенных значений числа A .

$$\sqrt{1 + \sqrt{1}} = 1,4142.$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}} = 1,5538.$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}} = 1,5931.$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}} = 1,6119.$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}}} = 1,6161.$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}}}} = 1,6174.$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}}}}} = 1,6178.$$

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1}}}}}}}}} = 1,6180$$

Далее, даже при добавлении дополнительных членов, результаты будут колебаться около значения 1,618, что, по сути, является значением Φ . Снова мы совершенно неожиданно нашли новый способ получения приближенного значения Φ .

Возводя выражение (5) в квадрат, получим:

$$A^2 = 1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}} = 1 + A$$

Это равносильно уравнению $A^2 - A - 1 = 0$.

Это же самое уравнение определяет Φ .

Следовательно, мы нашли ещё один способ выразить значение золотого сечения:

$$\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$$

Используя цепные дроби для нахождения приближенного значения Φ , мы получаем следующее выражение:

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}} = [1, 1, 1, 1, \dots] = [1]. \quad (6)$$

Мы знаем, что это верно, потому что мы можем записать (6) в виде:

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}} \right)} \right)} \right)} = 1 + \frac{1}{\Phi} \rightarrow \Phi^2 - \Phi - 1 = 0.$$

Таким образом, мы нашли ещё два способа выражения Φ (5) и (6). В настоящее время простота компьютерных расчётов снизила важность этих способов, но на протяжении долгого времени эти подходы всегда упоминались в классической литературе. Даже сегодня эти методы хороши для умственной разминки.

1.3. Последовательность Фибоначчи

Леонардо Пизанский считается самым первым крупным математиком в истории средневековой Европы. Несмотря на это, свое знаменитое прозвище «Фибоначчи» ученый получил далеко не из-за своих экстраординарных математических способностей. Перед тем как стать одним из самых известных математиков раннего Средневековья, Леонардо Пизанский изучал точные науки у самых продвинутых учителей своего

времени, которыми считались арабы. Именно благодаря этой деятельности Фибоначчи, в Европе появились десятичная система счисления и арабские цифры, которыми мы пользуемся до сих пор.

В одном из своих самых известных трудов под названием «Liber abaci» («Книга абака»), Леонардо Пизанский приводит уникальную закономерность чисел, которые при постановке в ряд образуют линию цифр, каждая из которых является суммой двух предыдущих чисел.

Ряд чисел Фибоначчи выглядит так: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144.

Каждое число из ряда Фибоначчи, разделенное на последующее, имеет значение, стремящееся к уникальному показателю, которое составляет 1,618. Первые числа ряда Фибоначчи не дают настолько точное значение, однако по мере нарастания, соотношение постепенно выравнивается и становится более точным.

Но самым известным разделом книги является знаменитая задача о размножении кроликов, решение которой известно сегодня как последовательность Фибоначчи.

Задача формулируется следующим образом: «Сколько пар кроликов будет у нас через год, если в январе у нас была одна пара, которая каждый месяц производит на свет другую пару, начиная с марта пара, в свою очередь, производит собственное потомство каждый месяц, начиная со второго месяца».

Для решения этой задачи Фибоначчи составил таблицу. В ней он записал рост популяции кроликов и подсчитал в столбе «Итого» число пар в конце каждого месяца. Почти сразу можно заметить странную закономерность в последовательности: каждое число является суммой двух предыдущих(рис.3).

Числа в столбце «Итого» образуют так называемую последовательность Фибоначчи, согласно рекуррентному соотношению:

$$a_1=1, a_2=1; a_n=a_{n-1}+a_{n-2} (n \geq 2).$$

Теперь посмотрим на связь между этой последовательностью и золотым сечением.

$$\Phi^3=2\Phi+1$$

$$\Phi^4=3\Phi+2$$

$$\Phi^5=5\Phi+3$$

$$\Phi^6=8\Phi+5$$

$$\Phi^7=13\Phi+8$$

$$\Phi^8=21\Phi+13....$$

Если мы обратим внимание на коэффициенты в правых частях этих выражений, то увидим, что они являются последовательными членами последовательности Фибоначчи. Мы используем это для выражения n -й степени золотого сечения, где a_n является n -м членом последовательности Фибоначчи:

$$\Phi^n=a_n\Phi+a_{n-1}.$$

Теперь рассмотрим некоторые другие связи между этими двумя понятиями. Воспользуемся калькулятором, чтобы найти отношения соседних чисел последовательности Фибоначчи: a_n/a_{n-1} . Первые несколько результатов имеют мало общего с Φ , но мы продолжим вычисления. И что мы видим? Ответы начинают приближаться к значению Φ . В следующей таблице видно, что, начиная с десятого члена, каждое частное отличается от предыдущего менее чем на 0,001 (рис.4).

Таким образом, для нахождения приближенного значения Φ нет необходимости извлекать квадратные корни, достаточно просто делить друг на друга члены последовательности.

1.4. Пифагоровы тройки

Если длины сторон прямоугольного треугольника являются целыми числами, то они образуют группу из трех чисел, называемых пифагоровыми тройками. Другими словами, пифагорова тройка — это три числа (a,b,c) , удовлетворяющих условию:

$$a^2=b^2+c^2.$$

Продемонстрирую метод нахождения пифагоровых троек с помощью последовательности Фибоначчи. Возьмем любые четыре последовательных числа из последовательности, например, 2,3,5 и 8, и построим еще три числа следующим образом:

1. Произведение двух крайних чисел: $2 \times 8 = 16$;
2. Удвоенное произведение двух чисел в середине: $2 \times (3 \times 5) = 30$;
3. Сумма квадратов двух чисел в середине: $3^2 + 5^2 = 34$.

Можем легко убедиться, что эти три числа (34,30,16) образуют пифагорову тройку:

$$16^2=256; 30^2=900; 34^2=1\,156 \rightarrow 256+900=1\,156.$$

Этот метод работает в любом случае для любых четырех последовательных чисел из последовательности Фибоначчи.

1.5. Значение и роль Пифагоровых троек

Самая известная пифагорова тройка — из наименьшего прямоугольного треугольника с целочисленными сторонами — это (5,4,3). Эти числа удовлетворяют соотношению:

$$3^2+4^2=5^2.$$

На протяжении многих веков эта тройка использовалась в виде веревки с узелками, отмечающими три длины. На некоторых изображениях, сохранившихся со времен Древнего Египта, можно видеть людей, несущих моток такой веревки с узлами. Как они ее использовали?

Считается, что веревка раскладывалась на земле в форме треугольника, а узлы использовались для разметки углов. Получалась фигура, стороны которой были пропорциональны 3,4 и 5. Таким образом строился треугольник.

Веревки с узлами являлись быстрым способом построения прямого угла(90°).

В Египте веревки с узлами использовались для построения перпендикулярных линий при разметке прямоугольных полей вдоль илистых берегов Нила. Эти отметки каждый год смывали паводковые воды. Также эти веревки использовались при обработке камня для египетских пирамид. В сущности, в виде этих простых веревок математика применялась во всех случаях жизни.

Глава 2.

2.1. Прямоугольники и золотое сечение

В наши дни большинство людей носит в кошельках и сумках множество карточек: кредитные карты, визитные карточки, пропуски в спортзал и т.д.

Мы пользуемся ими ежедневно, не обращая внимания на тот факт – вовсе не случайный и немаловажный – что большинство карточек имеет одинаковый размер и форму, по крайней мере, те же пропорции.

Чтобы убедиться в этом, достаточно измерить и сравнить стороны карточек-прямоугольников. Отношение большей стороны к меньшей в большинстве случаев является числом, очень близким к 1,618, числу Ф. Поэтому не случайно, что это отношение у большинства карт является одним и тем же, это стандартные размеры.

Мы используем отношение сторон для определения типов прямоугольников. Если у двух прямоугольников это число одинаково, мы говорим, что они одного типа. В математических терминах прямоугольники с таким свойством являются подобными прямоугольниками. Таким образом, два прямоугольника со сторонами m и n и p , q (где $m < n$ и $p < q$) будут подобными, если: $\frac{m}{n} = \frac{p}{q}$. (рис.5)

Существует очень простой и эффективный способ определить, удовлетворяют ли два прямоугольника этому свойству, без измерения сторон и вычисления отношений, даже без использования карандаша и бумаги. Надо только совместить один угол меньшего прямоугольника с углом большего и продлить его диагональ. Если продолжение диагонали меньшего прямоугольника является также диагональю большего прямоугольника, то эти прямоугольники подобны.

2.2. Свойства «золотого» прямоугольника

Если отрезать от нашего «золотого» прямоугольника квадрат, то останется прямоугольник BEFC, который также является «золотым». Проведя диагонали в двух «золотых» прямоугольниках, мы увидим, что они и всегда пересекаются под прямым углом. Это справедливо как для пары AF и CE, так и для пары DE и BF (диагонали в каждой паре перпендикулярны друг другу).

Мы видим это на следующих рисунках в приложении (рис.6,7).

Если мы продолжим отрезать квадраты от каждого следующего «золотого» прямоугольника и каждый раз будем проводить диагонали, как на рисунках выше, мы увидим, что все получившиеся диагонали будут лежать на одной из пересекающихся под прямым углом диагоналей. Следовательно, они всегда будут перпендикулярны, а точка их пересечения всегда будет одной и той же точкой O (рис.8).

Если бы могли использовать микроскоп, чтобы увидеть все прямоугольники, которые могут быть образованы путем удаления квадратов, мы бы заметили, что точка пересечения их диагоналей всегда одна и та же, хотя мы уменьшаем размер прямоугольника в Φ раз. Это невероятное свойство характерно для «золотого» прямоугольника. Точка O является своего рода геометрической черной дырой, точкой притяжения, куда уходит бесконечная последовательность «золотых» прямоугольников.

2.3. Прямоугольник с отношением $\sqrt{2}$

Построим квадрат ABCD со стороной 1. Затем проведем дугу окружности с центром в одной из вершин квадрата (в этом примере в точке A) и радиусом, равным расстоянию между этой вершиной и противоположной (AC). Дуга пересекает продолжение отрезка AB в точке E. Длина отрезка AE, будучи равной длине диагонали квадрата 1×1 , равна

$\sqrt{2}$, и, следовательно, прямоугольник, который мы построили, имеет стороны 1 и $\sqrt{2}$. Далее мы будем называть прямоугольники этого типа прямоугольники с отношением $\sqrt{2}$ (так как отношение между сторонами $\sqrt{2}$ и 1 равно $\sqrt{2}$)(рис.9).

Глава 3.

3.1. Леонардо: золотое совершенство

Леонардо да Винчи (1452-1519) является одним из гениальнейших людей истории. Его достижения не ограничиваются одной сферой деятельности, а охватывают широкий круг дисциплин: математику, физику, химию и т.д. Уникальность Леонардо состоит в том, что он преуспел во всем, чем занимался, и, хотя некоторые его открытия не были оценены при его жизни, рано или поздно все его достижения оказались полезными. Леонардо да Винчи – типичный человек эпохи Возрождения, с разносторонними интересами и умениями. Его слава объясняется не только мощью его интеллекта, но и чертами характера. Другими словами, его образ вышел далеко за пределы той эпохи.

Леонардо был также теоретиком живописи и твердым сторонником ее единства с математикой. Его работа «Трактат о живописи» начинается с фразы: «Пусть никто, не будучи математиком, не дерзнет читать мои труды».

Леонардо лишь делал иллюстрации к работе «О божественной пропорции», но сам Пачоли упоминал о важности вклада в науку своего гениального друга: «Пирамиды в этой книге, как и другие фигуры, сделаны рукой моего вышеупомянутого соотечественника Леонардо да Винчи из Флоренции, которого еще ни один человек не превзошел в искусстве рисования». Эти рисунки вместе с «Витрувианским человеком» в настоящее время являются характерным символом того образа мышления, который соединяет художественный и научный подход: гуманистического идеала.

3.2. «Витрувианский человек» - идеальные пропорции

«Витрувианский человек» представляет собой приблизительные пропорции тела обычного взрослого человека, которые со времен Древней

Греции использовались в качестве художественного канона для изображения человека. Пропорции сформулированы следующим образом:

Рост человека = размаху рук (расстоянию между кончиками пальцев разведенных в стороны рук) = 8 ладоням = 6 ступням = 8 лицам = 1,618, умноженному на высоту пупка (расстояние от пупка до земли).

Наконец добрались до соотношения 1,618, что является приблизительным значением Φ . При проверке этих пропорций на наших телах мы, несомненно, весьма расстроимся. Оказывается, трудно соответствовать идеалу. В конце концов, это пропорции идеальной красоты.

Существует еще один способ подтвердить идеальный канон красоты: с помощью статистики. Если сравнить пропорции значительного количества людей с идеальными пропорциями, то окажется, что средние значения всех измерений довольно близки к канонам красоты: человек идеален только при подсчете среднего арифметического. Бельгийский математик Ламбер Адольф Кетле (1796-1874) является одним из отцов современной статистики. В 1871 г. его исследования пропорций тел жителей Европы полностью подтвердили идеальные пропорции.

В этой связи возникает ряд интересных вопросов. Какие пропорции используются в качестве канонов красоты в неевропейских культурах, таких как китайская и индийская?

Конечно, красота является идеалом во всех культурах, но одинаков ли он? Исследования пропорций человеческого тела в различных странах и культурах показали, что этот идеал один и тот же.

3.3. Золотое сечение в живописи

В эпоху Возрождения использование перспективы и поиск идеальных пропорций свели художников и ученых вместе. Подобно тому,

как математики изучали соотношения перспективы, художники использовали проективную геометрию, чтобы изображать реалистичные трехмерные сцены. В этих нововведениях наряду с Рафаэлем и Дюрером ключевую роль играл Леонардо да Винчи.

В 1435 г. появился «Трактат о живописи» Леона Баттисты Альберти, его важнейшая работа о перспективе, где он изложил методы изображения реальных объектов. Идеи ученого оказались поворотными, как видно из следующих крылатых фраз: «Первое требование для художника – это знание геометрии» и «Картина является открытым окном, через которое мы видим изображаемый объект».

Альберти был поглощён поиском теоретических и практических правил, определяющих работу художников, поэтому его трактаты наполнены конкретными темами. Трактат «О скульптуре» он посвятил пропорциям человеческого тела, в трактате «О живописи» он сформулировал первое научное определение перспективы, а в «Десяти книгах о зодчестве» описал свою концепцию современной архитектуры, основанную на золотой пропорции.

Леонардо да Винчи продолжил изучение перспективы; эта тема при его жизни была очень популярна. Великий гений говорил: «Перспектива есть руль живописи». Влияние Леонардо легко прослеживается в работах многих его последователей, в частности, Альберта Дюрера, который также интересовался научными основами живописи. Хотя у нас и нет прямых свидетельств того, что Леонардо использовал золотое сечение, в композиции его работ, таких как «Тайная Вечеря», содержат поразительное множество золотых пропорций, особенно «золотые» прямоугольники.

В «Тайной Вечере» «золотые» прямоугольники определяют, как размеры картины, так и положение Христа и Его учеников. Также можно

заметить, что стены комнаты и окна на заднем плане следуют правилу золотого сечения (рис. 10).

Даже портрет Моны Лизы построен на золотом сечении. Исследования показали, что ее лицо и в целом, и в деталях обрамлено элегантной последовательностью «золотых» прямоугольников разных размеров (рис. 11).

Другими словами, художники Ренессанса пусть неосознанно, но находились под влиянием золотого сечения, используя в своих композициях «золотые» прямоугольники. Символ пентаграммы помогал им в определении пространства картины, например, в расположении человеческих фигур. «Золотая» спираль применялась для тех же целей. «Святое семейство» Микеланджело является примером того, как для этой цели служила пятиконечная звезда. Присутствие Φ в «Бичевании Христа» Пьеро делла Франчески и в «Рождении Венеры» Сандро Боттичелли – один из секретов этих необычайно красивых картин. Открытие тайной геометрии в этих работах лишь усиливает удовольствие от их просмотра.

3.4. Золотое сечение и архитектура

Архитектура - удивительная область человеческой деятельности. В ней тесно переплетены и строго уравновешены наука, техника и искусство. Только соразмерное, гармоническое единство этих начал делает возводимое человеком сооружение памятником архитектуры, неподвластным времени, подобно памятникам литературы и музыки.

Золотое сечение встречается в архитектуре со времен древних египтян, хотя и нельзя с уверенностью сказать, что такие пропорции использовались умышленно. Но, например, высота Великой Пирамиды имеют непосредственное отношение к Φ (рис. 12).

Триумфальные арки Древнего Рима также содержат золотое сечение, как и ликийские гробницы, и храмы древнего города Миры (на данный момент Демре в Турции).

Из всех архитектурных творений древнего мира лучше других эффект золотого сечения иллюстрирует именно Парфенон. Современное название золотого сечения, ϕ , происходит от имени Фидия, творца этого древнего чуда. (рис.13)

Конечно, крайнее и среднее отношение часто использовалось в греческой культуре, но точные измерения выявили на удивление много неточностей, вызвавших подозрение многих экспертов. Может быть, людям лишь хотелось увидеть золотое сечение в пропорциях Парфенона, в то время как его строители использовали совсем другие соотношения? Мы всегда можем насчитать 666 шагов по лестнице или 666 дюймов между какими-то двумя точками и тут же объявить это знаком дьявола. Точно так же, проделав соответствующие измерения в любом здании, мы почти всегда можем найти Φ как отношение каких-то размеров, хотя архитектор даже не думал об этом.

Но можем, однако, подтвердить преднамеренное использование золотого сечения в средние века, потому что эти случаи часто были задокументированы. Правильный пятиугольник или пятиугольная звезда часто встречаются в этот период. Классическими примерами являются впечатляющие оконные розы готических соборов.

Благодаря переводам работ Витрувия архитекторы-теоретики эпохи Возрождения в стремлении к красоте снова обратились к идеям гармоничных пропорций. В отдельной главе трактата «О божественной пропорции» Лука Пачоли ставит человека в центр всего сущего: «Мы будем говорить в первую очередь о пропорциях человеческого тела, так как все измерения так или иначе диктуются человеческим телом, и рука

Всемогущего указывает все виды пропорций, открывающие нам самые сокровенные тайны природы», чтобы затем использовать человека в качестве эталона пропорций. «По этой причине древние, учитывая правильные пропорции человеческого тела, создавали все свои работы, и особенно священные храмы, в соответствии с пропорциями тела человека, потому что в нем они обнаружили две основные фигуры, без которых невозможно ничего сотворить, а именно круг и квадрат».

3.5. Современная архитектура

Достижения в области строительной техники и разработки новых материалов открыли новые возможности для архитектора XX века. Американец Фрэнк Ллойд Райт (1867-1959) был одним из главных сторонников органической архитектуры. Незадолго до смерти он спроектировал музей Соломона Гуггенхайма в Нью-Йорке, представляющий собой опрокинутую спираль, а интерьер музея напоминает раковину наутилуса. (рис. 14)

Польско-израильский архитектор Цви Хекер также использовал спиральные конструкции в проекте школы им. Хайнца Галински в Берлине, построенной в 1995 г. Хекер начал с идеи подсолнечника с центральным кругом, откуда расходятся все архитектурные элементы. (рис. 15)

Здание представляет собой сочетание ортогональных и концентрических спиралей, символизируя взаимодействие ограниченных человеческих знаний и управляемого хаоса природы. Его архитектура имитирует растение, которое следует за движением Солнца, а поэтому классные комнаты освещены в течение всего дня.

В Куинси-парке, расположенном в Кембридже, штат Массачусетс (США), «золотую» спираль можно встретить часто. Парк был спроектирован в 1997 г. художником Дэвидом Филлипсом и находится

недалеко от Математического института Клэя. Это заведение является известным центром математических исследований. Кроме прочего, институт выдает многомиллионные награды за решение семи проблем тысячелетия, выбранных крупнейшими специалистами в каждой области. В Куинси-парке можно прогуливаться среди «золотых» спиралей и металлических кривых, рельефов из двух раковин и скалы с символом квадратного корня. На табличке написана информация о золотой пропорции. Даже парковка для велосипедов использует символ Φ .

3.6. Ле Корбюзье

Радикальный новатор Ле Корбюзье является современным Лукой Пачоли. В эпоху метрической системы Ле Корбюзье попытался внести свой вклад в знаменитую историю золотого сечения. Он сожалел, что метрическая система деперсонализирована единицы измерения, и поэтому идеи измерений, связанных с человеческими пропорциями, были утеряны.

Чтобы вернуть человека в архитектуру, Ле Корбюзье изобрел собственную систему мер на основе золотого сечения, но с современным содержанием. По аналогии с «Витрувианским человеком», он придумал «Модулора». «Метр, сантиметр, дециметр – эти единицы не отражают человеческие пропорции, а Модулор отражает. Я измерил расстояния от солнечного сплетения к голове и к руке и нашел золотое сечение, и я создал систему мер, которая отвечает пропорциям человеческого тела. Я открыл это, не осознавая этого. Я не преувеличиваю, но это важно, и это открывает огромные возможности для промышленности; это полезно и современно, это сенсационное нововведение».

Матила Гика высоко оценил вклад Ле Корбюзье, он писал во втором томе книги «Золотое сечение», что «золотой» прямоугольник «торжественно вступил в архитектуру благодаря последним проектам самых известных представителей нового движения». Далее он описывает

планы архитектора музея «Мунданеум» в Женеве. Ле Корбюзье рассказывал, что он задумал «Мунданеум» в виде прямоугольного города, где соотношение между длиной и шириной составляет Φ : «Золотое сечение определяет обе оси координат, а также периметр. Ритм диктуется золотой пропорцией, что определяло гармонию большего количества работ на протяжении всей истории».

В годы Второй мировой войны строительство приостановилось. Ле Корбюзье посвятил это время теории. Между 1942 и 1948 годами он разработал «Модулора», систему мер для строительства и дизайна на основе золотого сечения и пропорций саксонского (Северная Европа) антропологического типа (рост 1,82 метра). Книга «Модулор» была опубликована в 1950 г. и имела мгновенный успех. В 1955 г. у нее вышло продолжение, «Модулор 2», где система мер была обобщена на латинский тип (Южная Европа) (рост 1,72 метра). Система «Модулор» вновь использовала классические идеи о связи пропорций зданий с людьми, которые в них живут. (рис.16)

Ле Корбюзье занимался не только архитектурой, о и планировкой городов и товарным дизайном. Некоторые из его конструкций стали «иконами» современного дизайна, например, шезлонг. Он основал влиятельные журналы, читал лекции, опубликовал несколько научных работ, также был известным художником. Ле Корбюзье строил дома и крупные городские сооружения в странах по всему миру, став одним из самых знаменитых архитекторов. Он участвовал в международной комиссии, которая проектировала здание Организации Объединенных Наций в Нью-Йорке. Этот проект был окончательно завершён Нимейером, другим гигантом архитектуры и учеником Ле Корбюзье. Поэтому неудивительно, что фасад здания ООН представляет собой три «золотых» прямоугольника.

3.7. Золотое сечение в работах Ле Корбюзье

Вилла Савой в Пуасси на окраине Парижа является хорошим примером того, как Ле Корбюзье использовал золотую пропорцию, которую можно увидеть, как в экстерьере, так и в интерьере здания. Однако наиболее широко золотое сечение Ле Корбюзье применил при создании Марсельской жилой единицы, чтобы добиться максимально функционального дизайна, а также эстетических эффектов. (рис. 17,18)

Глава 4

4.1. Продукт проекта

Проведя большую работу над теорией про «золотое сечение», я решила проверить на практике, а смогу ли я создать такой дом, в котором будут соблюдаться каноны «золотого сечения». Я решила выбрать стилистику дома - модернизм.

Модернизм в архитектуре — направление, сфокусированное на поиске новых форм зодчества, отказавшееся от традиционных решений. Основными принципами образования стиля становятся рациональный подход и эргономичность.

Основные принципы архитектурного модернизма:

1. Использование самых современных строительных материалов и конструкций.
2. Рациональный подход к решению внутренних пространств (функциональный подход).
3. Отсутствие тенденций украшения. Интернациональный характер.
4. Отсутствие национального уклона, выраженного в специфике возведения здания или его оформлении, будущее одно для всех.

Для построения «золотых комнат» используется свойство золотого прямоугольника «сохранять форму». Для этого каждый раз нужно отрезать от золотого прямоугольника квадрат, при этом каждый раз получается золотой прямоугольник. Стороны золотого прямоугольника находятся по формуле отношения большей стороны к меньшей (рис.1).

Для построения жилого дома по правилу золотого сечения необходимы

следующие параметры (таблица 1), которые рассчитаны по формуле (2):

$$\frac{\text{длина}}{1,6} \approx \text{ширина}$$

Для этого я сделала таблицу, взяв примерные размеры домов, которые в расчете дают пропорции «золотого сечения».

В таблице 1, весь дом состоит из восьми золотых прямоугольников. и фасад, который представляет собой бетонные колоны для поддержания балкона на втором этаже. Что соответствует «золотой» пропорции. Прямоугольная форма, позволит уменьшить затраты строительства и отопления здания. Возможность инженерной ошибки при составлении проекта дома прямоугольной формы мала, так как данная конструкция являться самой популярной и безопасной.

Например, если вы хотите, чтобы ваш дом внутри и снаружи был привлекательным при создании или выборе проекта можно просчитать хотя бы основные пропорции. Внести корректировки в пропорции, возможно, не всегда легко, часто связано с дополнительными расходами. Но, если при создании проекта сразу держать в уме золотое сечение, вопросы сами по себе отпадают.

Если основные параметры строения имеют правильную пропорцию, в любом стиле здание смотрится интересно.

Высота этажа в таком случае принимается как 38% от длинной части. Она составит $12 \cdot 0,38 = 4,56$ метра. В принципе, это соответствует нынешним представлениям о комфортных размерах помещения, но при желании можно сделать высоту меньше. Примерно также рассчитываются все остальные фрагменты дома.

Не стоит забывать, что дом должен вписываться также в ландшафт. Если есть какая-то доминанта — высокий холм, например, то просчитывать надо и соотношение с холмом, и с пропорциями участка. В общем, для создания гармоничной усадьбы очень многие факторы надо учитывать.

Заключение

Таким образом, исследовав много информации о «золотом сечении» и разобрав откуда, как и где применяется, как это использовать. Я могу сделать выводы, что принципы «золотого сечения» лежат в основе архитектурных пропорций многих замечательных произведений мирового зодчества.

Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения — одно из замечательных проявлений структурного и функционального совершенства целого и его частей в архитектуре. Сделав собственные расчеты здания, я убедилась, что и в современной архитектуре присутствуют правила правильного построения.

Перспектива

В следующем году, я планирую создать макет собственного здания по правилу «золотого сечения». Данная работа будет полезна на уроках геометрии, в планировке дома и устройстве многих вещей по «золотому» правилу.

Приложение

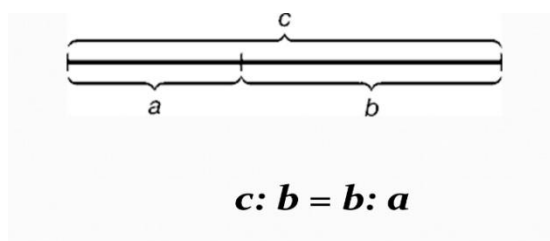


Рис. 1

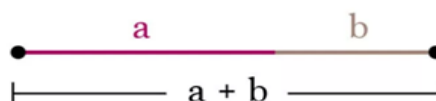


Рис. 2

Номер месяца	Количество пар взрослых кроликов	Количество пар новорождённых кроликов	Общее количество пар кроликов
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	2
4	2	1	3
5	3	2	5
6	5	3	8

Рис. 3

позиция	число	a_n/a_{n-1}	отличие от Ф
1	1		
2	1	1,0000000000000000	-0,618033988749895
3	2	2,0000000000000000	+0,381966011250105
4	3	1,5000000000000000	-0,118033988749895
5	5	1,6666666666666667	+0,048632677916772
6	8	1,6000000000000000	-0,018033988749895
7	13	1,6250000000000000	+0,006966011250105
8	21	1,615384615384615	-0,002649373365279
9	34	1,619047619047619	+0,001013630297724
10	55	1,617647058823529	-0,000386929926365
11	89	1,618181818181818	+0,000147829431923
12	144	1,617977528089888	-0,000056460660007
13	233	1,6180555555555556	+0,000021566805661
14	377	1,618025751072961	-0,000008237676933
15	610	1,618037135278515	+0,000003146528620
16	987	1,618032786885246	-0,000001201864649
17	1.597	1,618034447821682	+0,000000459071787
18	2.584	1,618033813400125	-0,000000175349770
19	4.181	1,618034055727554	+0,000000066977659
20	6.765	1,618033963166707	-0,000000025583188

Рис. 4

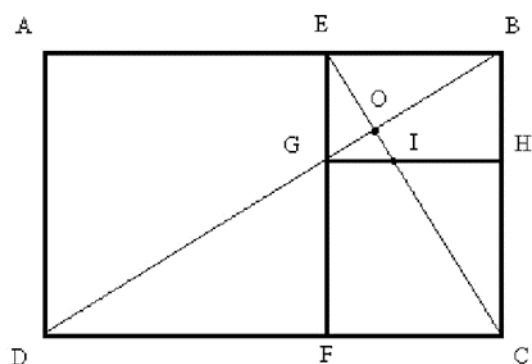


Рис.5

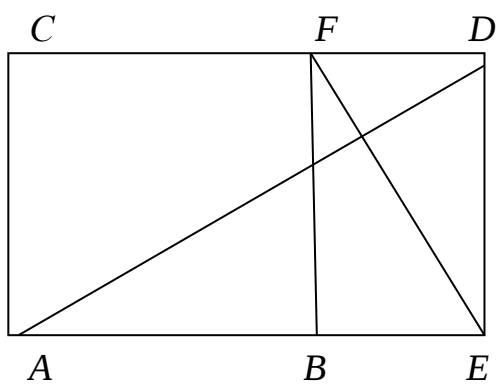


Рис.6

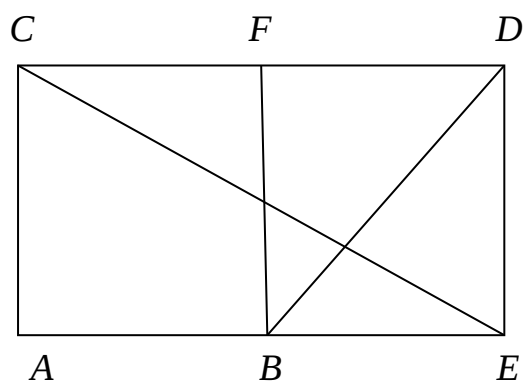


Рис.7

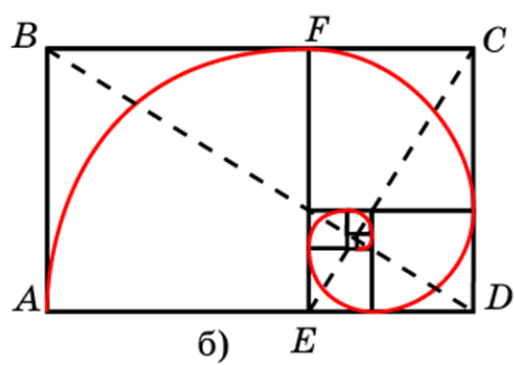


Рис.8

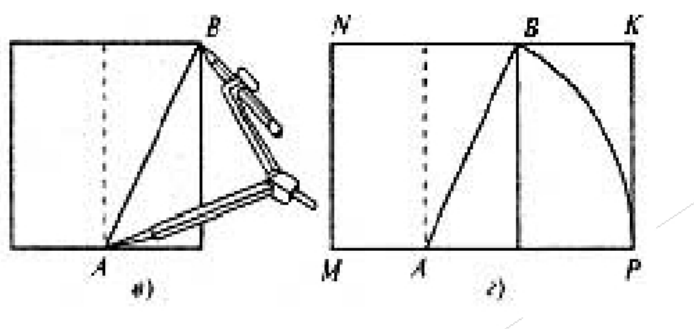


Рис.9

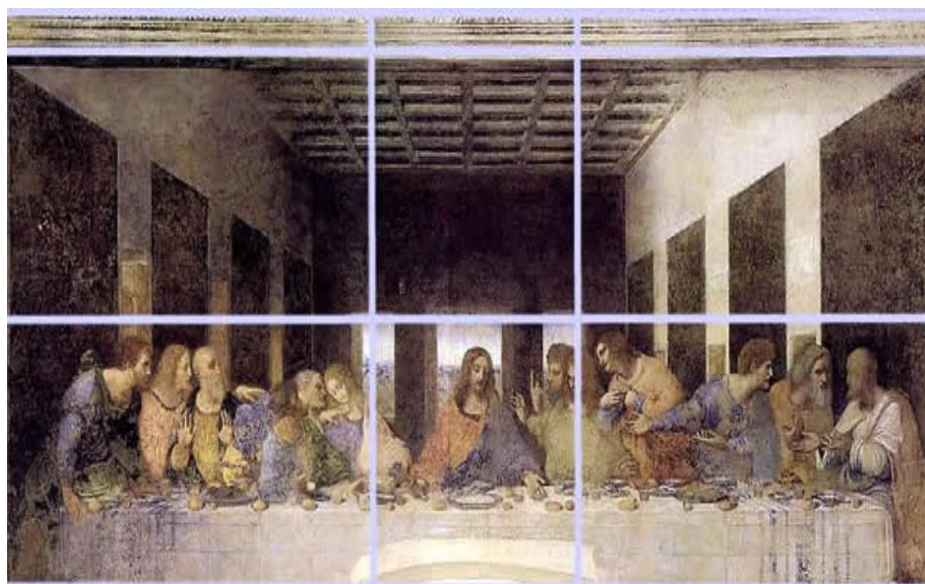


Рис. 10

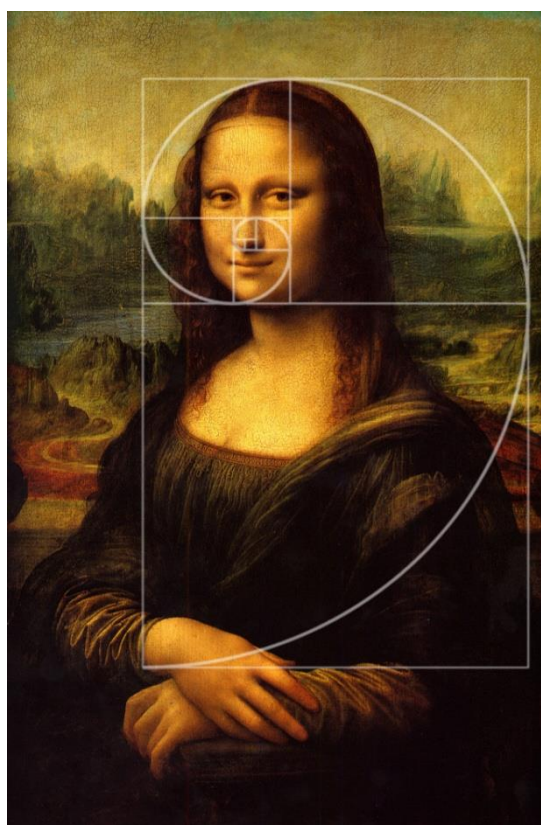


Рис. 11

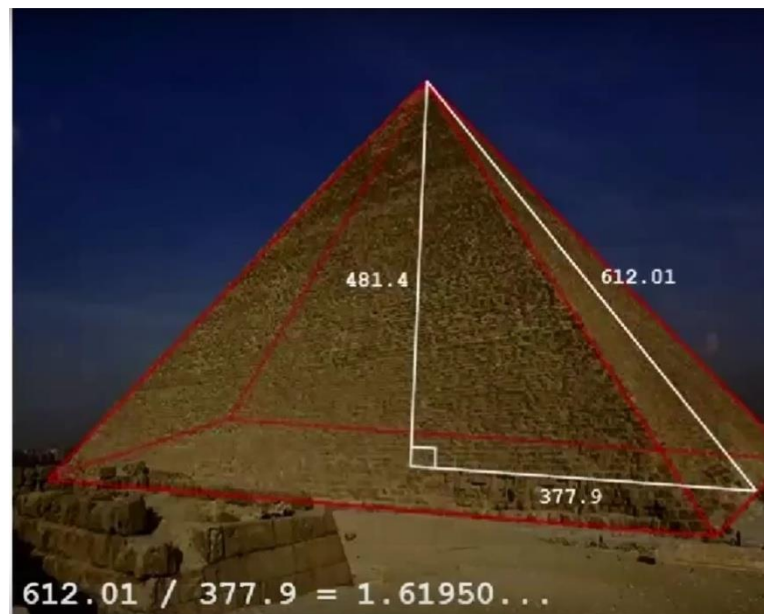


Рис. 12

Парфенон.

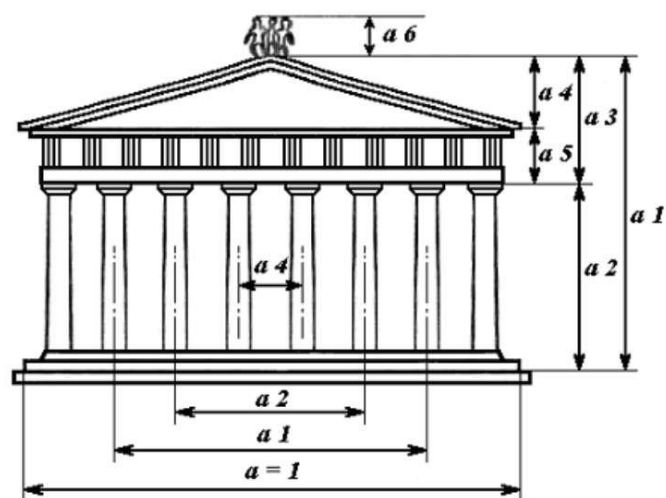


Рис.13



Рис.14

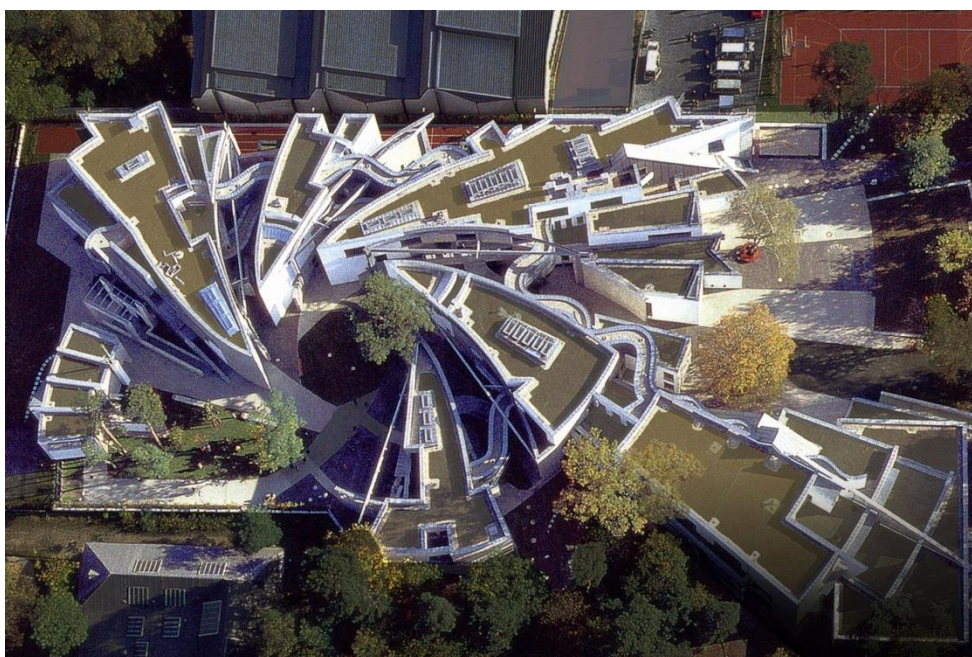


Рис.15

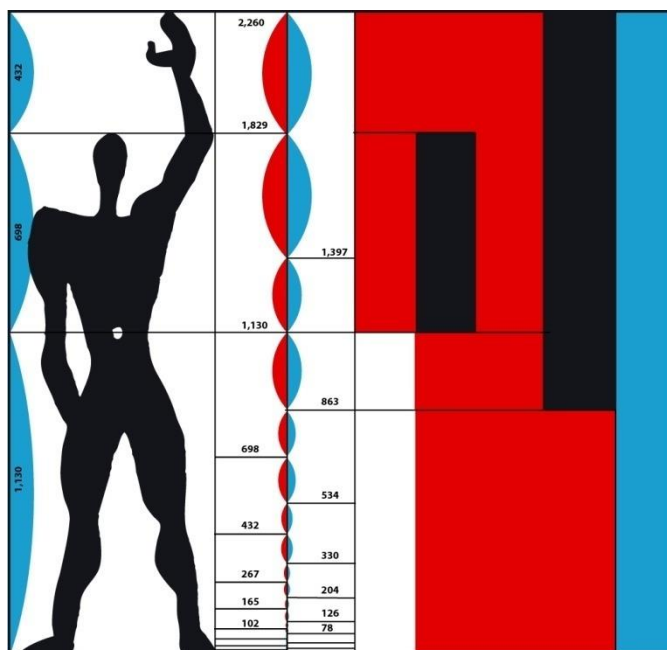


Рис. 16

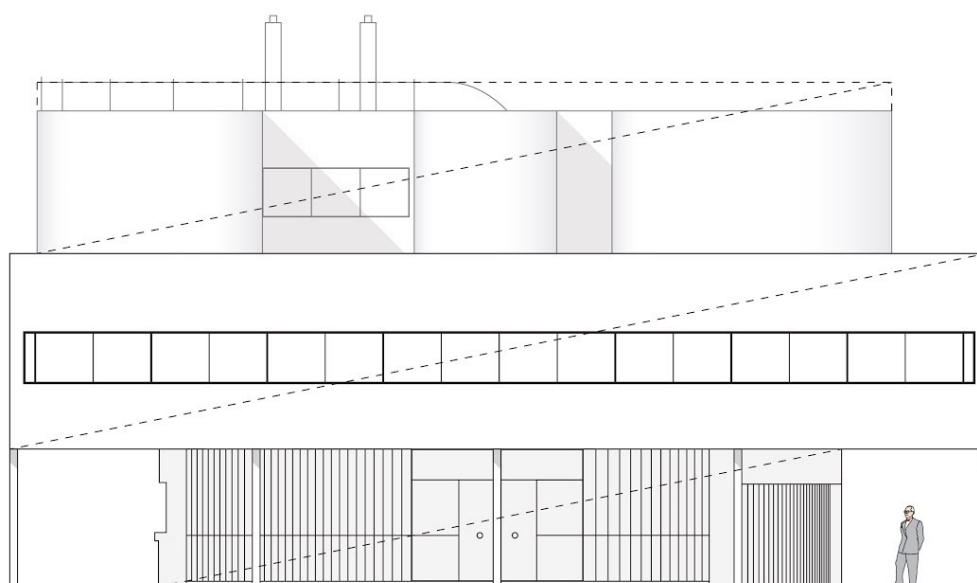


Рис.17



Рис.18



Рис. 19

Таблица 1:

Первый этаж			
№ золотого прямоугольника	Длина, см	Ширина, см	Отношение сторон
Размеры дома	190 000	118 750	1,6
Кухня	130 000	81 250	1,6
Гараж	220 000	137 500	1,6
Прихожая	130 000	81 250	1,6
Второй этаж			
№ золотого прямоугольника	Длина, см	Ширина, см	Отношение сторон
Спальня	140 000	87 500	1,6
Ванная	130 000	81 250	1,6
Холл	130 000	81 250	1,6
№ золотого прямоугольника	Длина, см	Ширина, см	Отношение сторон
Терраса	300 000	187 500	1,6

Список литературы

1. Conway, J. H. and R. K. Guy: The Book of Numbers. New York, Copernicus, 1996.
2. Гика М. Эстетика пропорций в природе и искусстве. – М.: Издательство Всесоюзной академии архитектуры, 1936.
3. Ghyka, M. C.: El Numero de Oro.l. Los Ritmos. ll Los Ritos. Barcelona, Poseidon, 1978.
4. <https://stroychik.ru/raznoe/zolotoe-sechenie>