«Добрый день!»
«Здравствуйте уважаемые члены жюри, гости и участники конференции»

«Меня зовут Касьяненко Анастасия, я учащаяся 9 В класса школы № 54

«Представляю вашему вниманию свой проект по «Математике»: «**Магия кос**»

Прилежный ученик обычно выносит из школы такую точку зрения: математика занимается абстрактными понятиями, а такие предметы быта, как косы, к математике иметь отношения не могут.

Актуальность исследования

Косы присутствуют в нашей жизни в различных видах и вариациях, но не все знают, что косы — это красивый геометрический объект.

Чем отличается математическая коса от косы, которую практически каждый человек умеет заплетать из трех прядей волос?

В начале нашего исследования мы изучили литературу, провели анализ источников информации по данной теме в сети «Интернет» и пришли к выводу: красивое и наглядное понятие коса сейчас в центре внимания современной математики и физики.

Мы провели анкетирование среди учащихся 8, 9 классов и выяснили: ребята не подозревают, что коса – это ещё и математический объект.

Изучив литературу и опираясь на результаты социологического исследования (анкетирование), определили следующую проблему.

Проблема - плетение кос – разве это математика?

Гипотеза - косы – один из простейших геометрических объектов, легко поддающихся классификации и «алгебраизации».

Объект исследования - классификация и алгебраизация кос.

Предмет исследования – косы.

Цель исследования - установление взаимосвязи между плетением кос и математикой.

Задачи исследования:

1. Изучить теорию кос, историю возникновения и развития.
2. Рассмотреть классификацию и алгебраизацию кос.
3. Научиться плести косы.

Практическая значимость - данный материал можно использовать для повышения образовательного уровня в качестве дидактического материала для проведения предметных недель, школьных конференций, на занятиях внеурочной деятельности.

1.1 История развития и возникновения кос

Теория кос, основания которой были построены благодаря азарту и настойчивости немецкого алгебраиста *Эмиля Артина* (1898–1962), является красивым синтезом геометрии, алгебры и алгоритмических методов.



Первоначально косы были предложены Артином в качестве математической модели для текстильной промышленности, но приложения этой теории оказались весьма разнообразными. Теперь они занимают важное место в комплексном анализе, комбинаторике, квантовой механике и квантовой теории поля.

1.2 Классификация кос

Что такое коса в математике?

Математическая *коса* состоит из *n* нитей, которые начитаются в *n* точках горизонтальной прямой и заканчиваются в *n* точках другой горизонтальной прямой, расположенной ниже. При этом нити должны быть нисходящими, т.е. касательный вектор в любой точке кривой должен все время «Смотреть вниз» (рисунок 1), ему запрещается быть горизонтальным и тем более «смотреть вверх».

На рисунке 2 изображена коса из трех нитей – коса *девичья*. На рисунке 3 приведен пример косы из четырех нитей



Рисунок 1

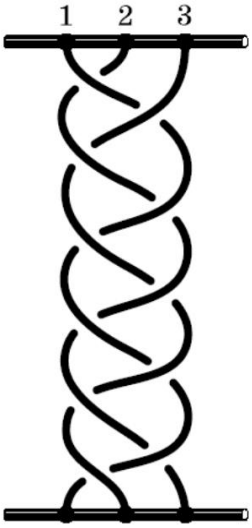


Рисунок 2

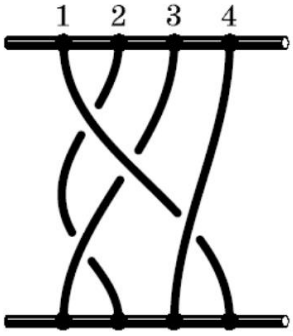


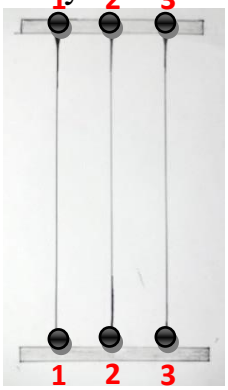
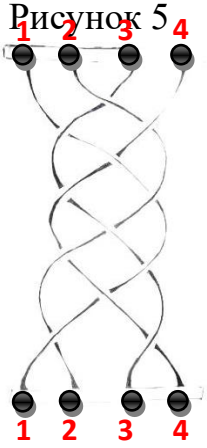
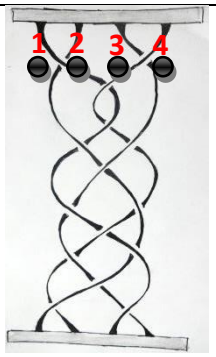
Рисунок 3

Коса, все нити которой вертикальные прямые, называется *тривиальной*.

Тривиальная коса – частный случай крашеной косы (рисунок 4).

Крашеной называется любая коса, которой отвечает тождественная перестановка $(1\,2\,1\,2 \quad 3 \ldots n \quad 3 \ldots n)$, т. е. коса, сохраняющая порядок номеров нитей (рисунок 5).

Среди кос следует выделить, кроме крашеных, в известном смысле противоположные им - *циклические* косы: это косы, переставляющие все номера нитей по единому циклу, как это делает коса на рисунке 6: 1→2→ 4 →3 →1.

Тривиальная коса	Крашеная коса	Циклическая коса
Рисунок 4 	Рисунок 5 	 Рисунок 6

Фигуры на рисунке 7 не являются косами: их нити имеют восходящий характер.

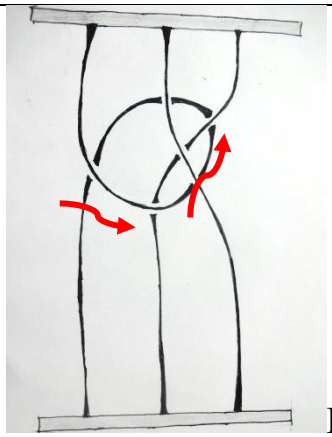
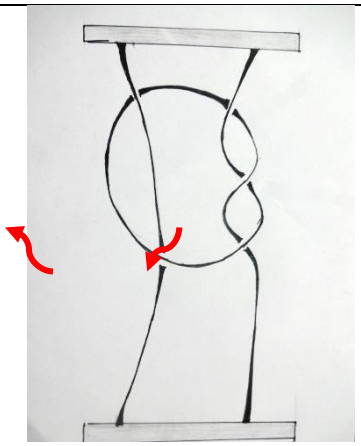


Рисунок 7



1.3 Алгебраизация кос

Оказывается, можно рассматривать косы как алгебраические объекты: их можно *умножать*, и это умножение обладает многими свойствами обычного умножения чисел.

Возьмем две косы a и b с одинаковым число нитей и соединим нижние концы нитей первой косы с верхними концами нитей второй косы (рисунок 4); полученную косу, сжатую в два раза в вертикальном направлении, называют произведение этих двух кос и обозначают ab. Это умножение ассоциативно, т.е. для любых трех кос a, b и c косы $(a \times b) \times c$ и $a \times (b \times c)$ эквивалентны.

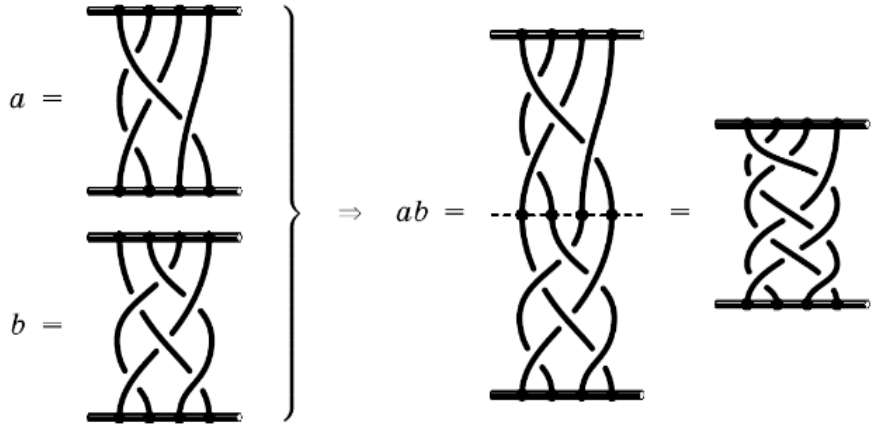
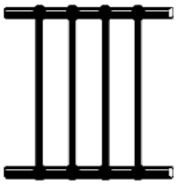


Рисунок 4

Тривиальная коса (рисунок 5) играет роль *единицы* (и поэтому обозначается 1): для любой косы a: $a \times 1 = a = 1 \times a$. В самом деле, «подклеив» к любой косе тривиальную, мы можем так «пошевелить» новую косу, что получится снова та же самая коса.	$\mathbb{1} =$  Рисунок 5

Пусть имеется коса b. Как построить *обратную* косу, т.е. такую косу b^{-1}, при умножении которой на b получится *1*? Нужно зеркально отразить косу b относительно горизонтальной плоскости. Легко понять, что косу, «склеенную» из двух симметричных кос, можно «расплести» (рисунок 6).

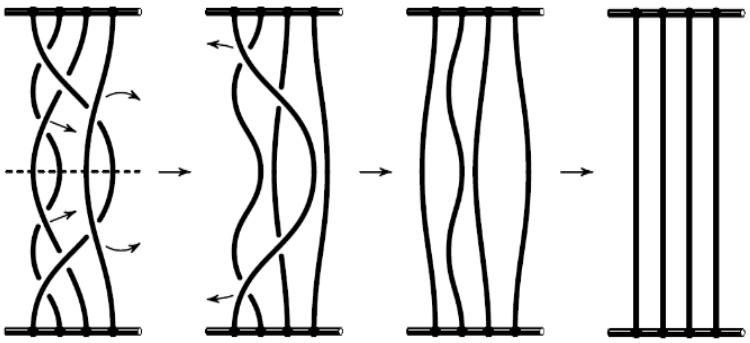


Рисунок 6

Мы привыкли, что произведение двух чисел не зависит от порядка сомножителей. Увы, для кос это не так: умножение кос *некоммутативно.* Придумать две косы *a* и *b,* произведение которых зависит от порядка, не сложно (рисунок 7). Косы *ab* и *ba* действительно различны (неэквивалентны): первая нить косы *ab* приходит в крайнее правое положение, а первая нить косы *ba* - в крайнее левое.

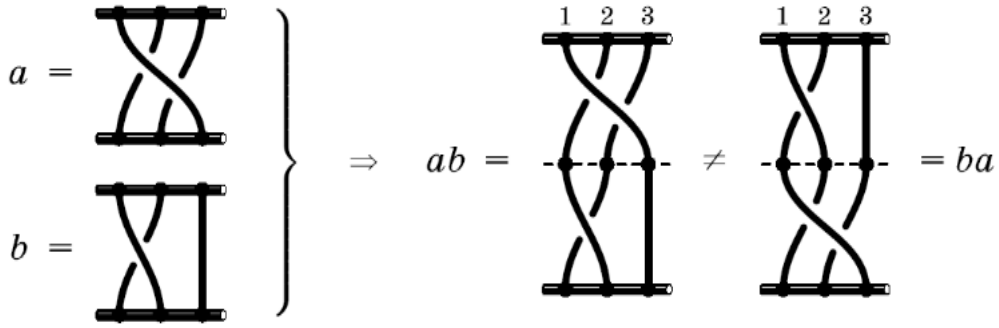


Рисунок 7

Теорема о косах. Умножение кос обладает следующими свойствами:

1° (ассоциативность) для любых кос a, b и c

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c);$$

2° (наличие единицы) существует такая коса $\mathbb{1}$, что для любой косы a

$$a \cdot \mathbb{1} = a = \mathbb{1} \cdot a;$$

3° (наличие обратного элемента) для любой косы b найдётся такая коса b^{-1}, что

$$bb^{-1} = \mathbb{1} = b^{-1}b.$$

Иными словами, косы образуют группу. Эта группа некоммутативна.

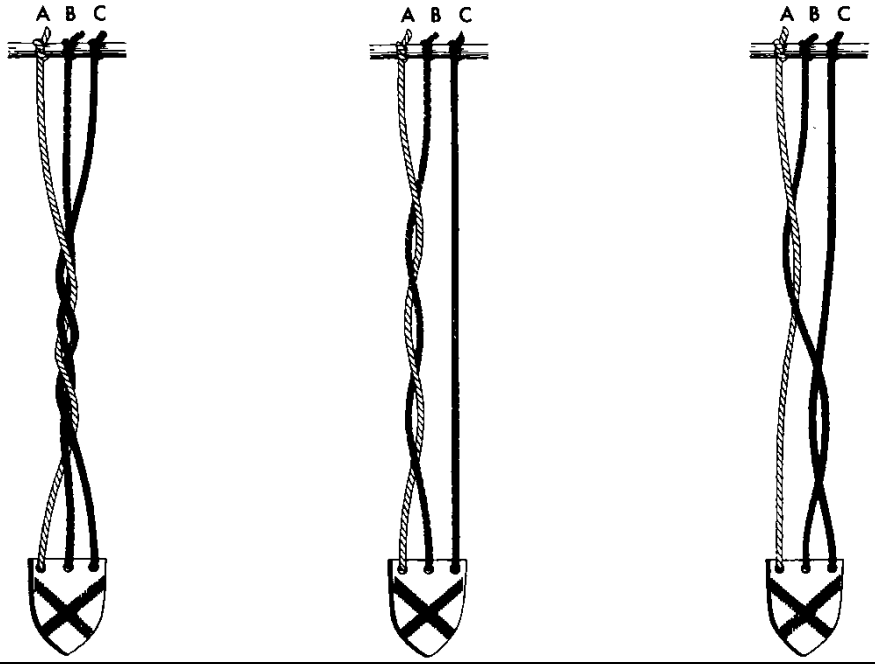
1.4 Магия кос

Теория кос также лежит в основе необычной игры, изобретенной датским поэтом, писателем и математиком Питом Хейном – танглоид.

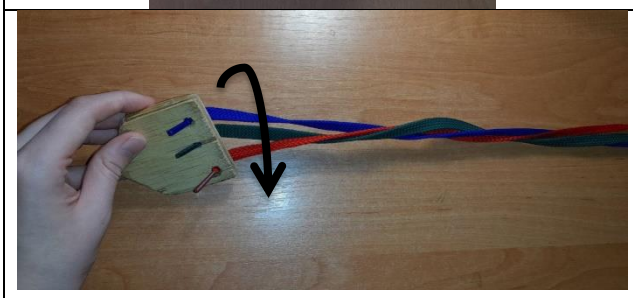
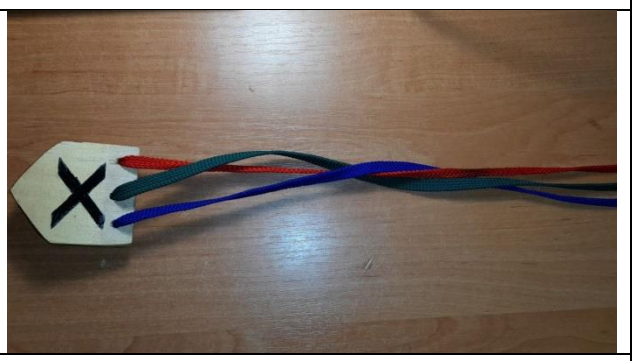
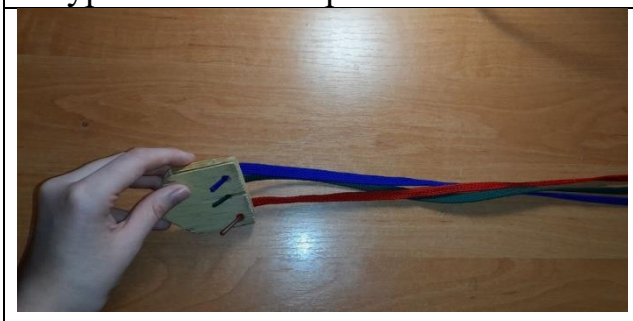
Сначала изготовим подвеску в форме геральдического щита. Две стороны подвески должны быть легко различимы, поэтому отметим одну сторону буквой X. Проделаем в верхней части три отверстия, пропустим в каждое из них по отрезку гибкого шнура длиной около 60 см и завяжем шнурки узлом. Вторые концы шнурков привяжем к какому-либо неподвижному предмету. Экспериментируя с полученным устройством, мы обнаружили, что подвеска может совершать обороты шестью разными способами. Ее можно поворачивать на 360° вправо, можно поворачивать вокруг прямого края вперед или назад, продевая между шнурками A и B, также ее можно поворачивать вокруг прямого края вперед или назад, продевая между шнурками B и C. Таким образом можно получить шесть различных кос.

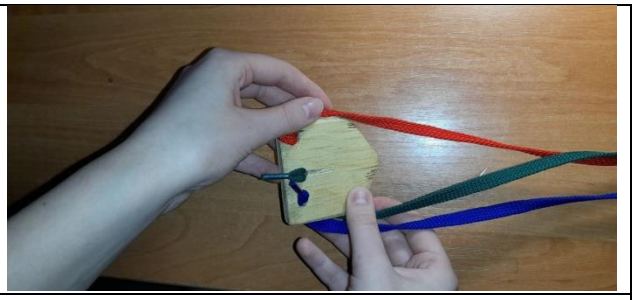
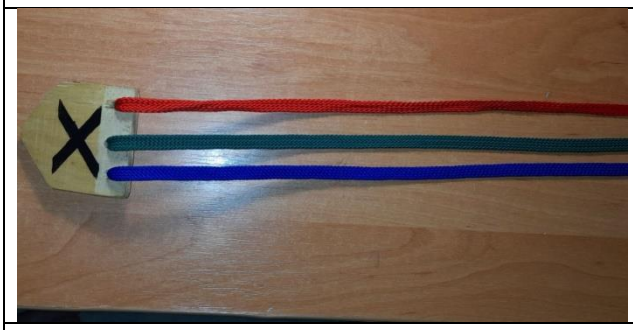
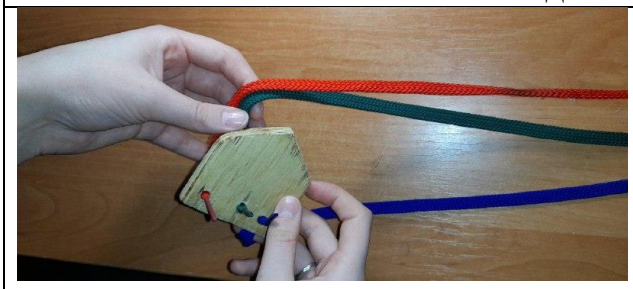
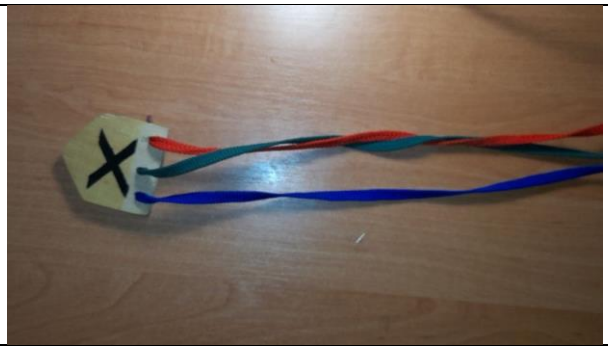
Все косы, полученные четным числом вращений подвески (причем допустимы вращения в любых направлениях) можно расплести. Косы, полученные нечетным числом полных оборотов, расплести нельзя.

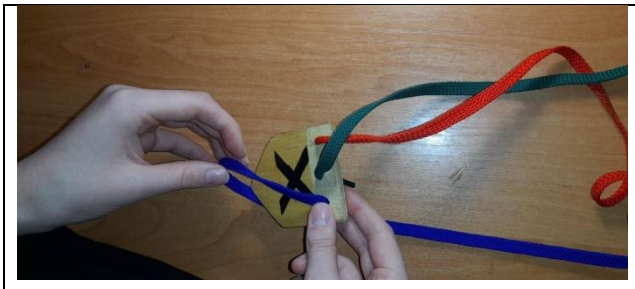
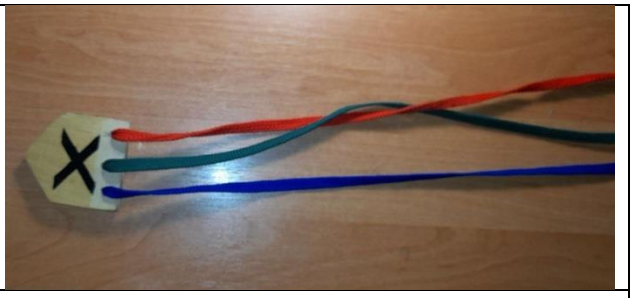
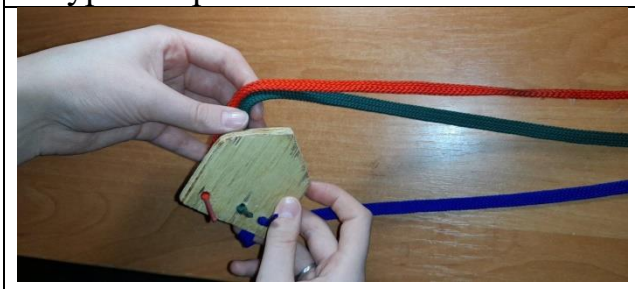
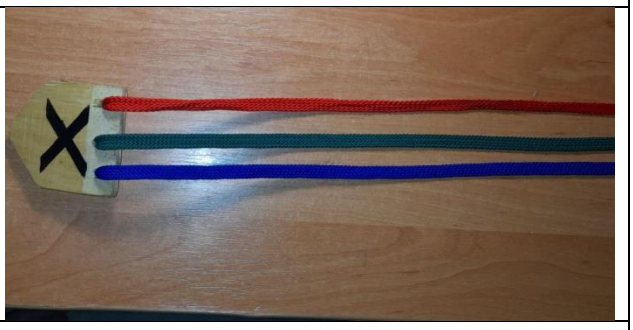
Выполним три задачи на расплетание кос.



Задача 1. Коса A

<table>
<tr><td></td><td>Эта коса заплетается двумя оборотами подвески вокруг себя направо на 360°.</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Расплетание косы А:
1. Пропустить подвеску под всеми шнурами слева направо.</td><td>У нас должно получится вот ЭТО:</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Переворачиваем на 360 градусов влево.</td><td>Наша коса расплетена.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Задача 2. Коса Б</td></tr>
</table>

	
Коса Б заплетается, продев подвеску между синим шнуром и зелёным шнуром в направлении от себя.	А затем, продев подвеску между красным шнуром и зелёным шнуром в обратном направлении (на себя).
	
Наша коса должна выглядеть вот так.	Теперь пропустим подвеску под серединой зелёного шнура (там, где показано на фото). Движение выполняется слева на право.
	
Коса расплетена.	
Задача 3. Коса В	
	
Эту косу получили, дважды пропустив подвеску между синим и зелёным шнурами (в направлении от себя).	Она должна выглядеть вот так

	
Что бы расплести эту косу, сначала надо пропустить подвеску под синим шнуром справа налево.	У нас получится это.
	
Потом следует пропустить подвеску под красным и зелёным шнуром слева направо.	Наша коса расплетена.

Плетение кос – занятие очень интересное и увлекательное.

Практическая часть

Нами было проведено анкетирование с целью – установить, что ребятам известно о косах; предполагают ли они, что косы являются также и математическими объектами.

Анкетирование проводилось среди учащихся 8, 9 классов МОУ СШ № 54. Всего участников – 74

Вопросы анкеты

1. Что такое косы?
2. Какие виды кос вы знаете?
3. В каких областях применяются косы?
4. Каждую ли косу можно расплести?

Результаты анкетирования занесли в таблицу

Что такое косы?	- Прическа – 60 % - Сельскохозяйственное орудие – 56 %

	- Географический объект – 4 %
Какие виды кос вы знаете?	- Колосок – 44 % - Рыбий хвост – 30 % - Железная – 30 % - Афрокосички – 18 % - Французская коса – 9 % - Двойная косичка – 5 %
В каких областях применяются косы?	- Парикмахерская – 63 % - Сельское хозяйство – 46 % - Смерть приходит с косой – 1 %
Каждую ли косу можно распутать?	- Нет – 77 % - Да - 23

В результате проведенного исследования получены следующие результаты:

- Оказалось, что большинство опрошенных имеют представление о косах, как о причёске или хозяйственном инструменте, с помощью которого косят траву.
- На вопрос о классификации кос, большинство респондентов снова дали ответы, связанные с внешним видом человека.

Мы пришли к выводу о том, что ребята не воспринимают косу как математический объект. Классификацию кос соотносят с внешним видом человека (причёска) или хозяйственным инструментом.

Теория кос – это реальная и живая наука, возникшая в 20-х годах 20-го века, еще не завершена и не исчерпала своих приложений.

Теория кос находится на стыке алгебры, геометрии и топологии, являясь между тем красивым и наглядным приложением математики.

Что такое коса в математике? Коса - это формальная модель того, что понимается под словом «сплетение». В обычной жизни это девичья коса, собачий поводок, сплетенный из кожаных полос, классический канат из переплетенных жил и т.д., т.е. множество нитей, запутанных определенным образом.

В нашей работе мы рассмотрели классификацию и алгебраизацию кос, познакомились с теорией кос. Изготовили Танглоид и провели интересное и увлекательное занятие, посвященное плетению кос.

Нам удалось установить связь между красивыми топологическими объектами косами и математикой с помощью основной теоремы о косах.

Гипотеза о том, что косы – один из простейших геометрических объектов, легко поддающихся классификации и «алгебраизации», нашла своё подтверждение.

В своей работе мы показали практическое применение данной темы.

Теория кос имеет много приложений, как в математике, так и за её пределами.

Закончить я хочу словами немецкого математика Феликса Клейна «Математика является отнюдь не только делом рассудка, но и существенным образом – делом фантазии».

«Спасибо за внимание, я готова ответить на ваши вопросы»

«Благодарю за интерес и вопросы по теме моего проекта. Всего доброго»