

Решить уравнение:

1. $|5x - 3| + |3x - 5| = 9x - 10$

Нули модуля:

$$5x - 3 = 0$$

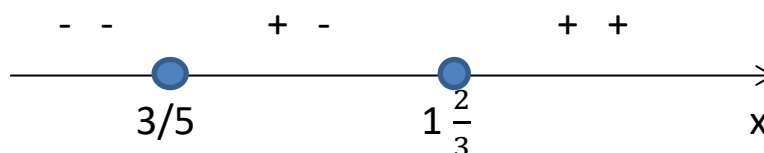
$$3x - 5 = 0$$

$$5x = 3$$

$$3x = 5$$

$$x = 3/5$$

$$x = 1 \frac{2}{3}$$



1) $x \in (-\infty; 3/5)$

$$-(5x - 3) - (3x - 5) = 9x - 10$$

$$-8x - 9x = -10 - 8$$

$$-17x = -18$$

$$x = 1 \frac{1}{17} \text{ — не подходит}$$

2) $x \in [3/5; 5/3]$

$$(5x - 3) - (3x - 5) = 9x - 10$$

$$5x - 3 - 3x + 5 = 9x - 10$$

$$-7x = -12$$

$$x = 1 \frac{5}{7}$$

$$\frac{5}{3} \text{ и } \frac{12}{7}$$

$$\frac{35}{21} < \frac{36}{21}$$

3) $x \in (\frac{5}{3}; +\infty)$

$$5x - 3 + 3x - 5 = 9x - 10$$

$$8x - 9x = -10 + 8$$

$$-x = -2$$

$$x = 2$$

Ответ: $x = 2$

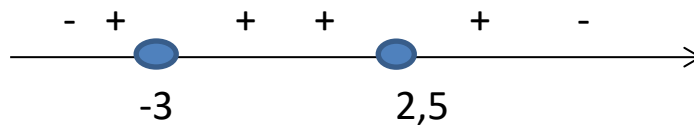
$$2. \quad |x + 3| + |5 - 2x| = 2 - 3x$$

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

$$-2x = -5$$

$$x = 2,5$$



$$1) x \in (-\infty; -3)$$

$$-(x + 3) + (5 - 2x) = 2 - 3x$$

$$-x - 3 + 5 - 2x = 2 - 3x$$

$$-3x + 3x = 2 - 2$$

$$0 = 0 \text{ — верное}$$

$$2) x \in [-3; 2,5]$$

$$x + 3 + 5 - 2x = 2 - 3x$$

$$2x = -6$$

$$x = -3 \text{ подходит}$$

$$3) x \in (2,5; +\infty)$$

$$x + 3 - 5 + 2x = 2 - 3x$$

$$3x + 3x = 2 + 2$$

$$6x = 4$$

$$x = \frac{2}{3} \text{ не подходит}$$

4) объединим полученные решения, запишем ответ.

$$\text{Ответ: } (-\infty; -3]$$

Свойства модулей

1) $|a| + |b| = |a + b|$

Данное равенство будет выполняться, если a и b одного знака.

Это означает, что $|a| + |b| = |a + b|$ равносильно неравенству $ab \geq 0$

Пример:

$$\text{решить уравнение } |\sin x + \cos x| + |\sin - \cos x| = 2 |\sin x|$$

$$|\sin x + \cos x| + |\sin - \cos x| = |2 \sin x|$$

$$|\sin x + \cos x| |\sin - \cos x| \geq 0$$

$$\sin^2 x - \cos^2 x \geq 0$$

$$-(\cos^2 x - \sin^2 x) \geq 0$$

$$\cos 2x \leq 0$$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi n \leq 2x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{\pi}{4} + \pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ответ: } \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \leq x \leq \frac{3\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

2) $|a| + |b| = |a + b| \Leftrightarrow ab \geq 0$

$$|a| + |-b| = |a - b| \Leftrightarrow a x |-b| \geq 0$$

$$ab \leq 0$$

пример:

$$\underbrace{|x - \sqrt{x} - 2|}_b + \underbrace{|x^2 - \sqrt{x}|}_a = x^2 - x + 2$$

$$ab \leq 0$$

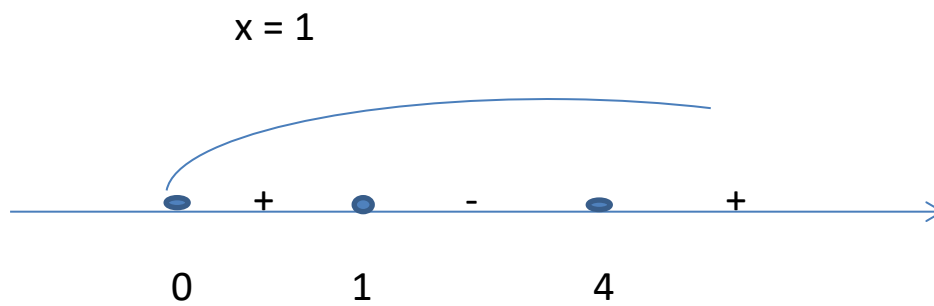
$$(x^2 - \sqrt{x})(x - \sqrt{x} - 2) \leq 0$$

$$x^2 - \sqrt{x} = 0 \text{ или } (x - \sqrt{x} - 2) = 0$$

$$x^{1/2} (x^{3/2} - 1) = 0 \qquad \sqrt{x} = x - 2$$

$$x^{1/2} = 0 \qquad x^{3/2} - 1 = 0 \qquad x \geq 2$$

$$x=0 \qquad x^{3/2} = 1 \qquad x = 4$$



Ответ: $x \in \{0\} \vee [1; 4]$

3) $|a| + |b| = |a + b| \quad ab \geq 0$

$|a| - |b| = |a - b| \Leftrightarrow$

$$\frac{|a - b|}{a} + \frac{|b|}{b} = \frac{|a|}{a + b}$$

$b(a - b) \geq 0$

Пример: $\frac{|x - 2|}{a} - \frac{|x - 6|}{b} = \frac{8}{a - b}$

$8(x - 6) \geq 0$

$x - 6 \geq 0$

$x \geq 6$

Ответ: $x \geq 6$