

Однородные тригонометрические уравнения I степени

Тригонометрическое уравнение называют однородным, если после некоторой замены полученный многочлен от двух переменных составлен из одночленов одинаковой степени. Примеры однородных уравнений: $a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0, b \neq 0$ -однородное тригонометрическое уравнение первой степени.

Итак, дано уравнение $a \sin x + b \cos x = 0$, где $a \neq 0, b \neq 0$. Разделив обе части уравнения почленно на $\cos x$, получим

$$\begin{aligned}\frac{a \sin x}{\cos x} + \frac{b \cos x}{\cos x} &= \frac{0}{\cos x} \\ a \cdot \operatorname{tg} x + b &= 0, \\ \operatorname{tg} x &= -\frac{b}{a}.\end{aligned}$$

Пример 1. $5 \sin x - 2 \cos x = 0$

Поделим обе части уравнения $\cos x$ (или на $\sin x$). Предварительно докажем,

что $\cos x \neq 0$ (или $\sin x \neq 0$). (Пусть $\cos x = 0$, тогда $5 \sin x - 2 \cdot 0 = 0$, т.е. $\sin x = 0$; но этого не может быть, так как $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$).

Значит, можно делить на $\cos x$:

$$\frac{5 \sin x}{\cos x} - \frac{2 \cos x}{\cos x} = \frac{0}{\cos x}.$$

Получим уравнение

$$5 \operatorname{tg} x - 2 = 0,$$

$$\operatorname{tg} x = \frac{2}{5},$$

$$x = \operatorname{arctg} \frac{2}{5} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Ответ: } x = \operatorname{arctg} \frac{2}{5} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Решить уравнение

$$1. 2\sin x - 3\cos x = 0$$