

**«Нахождение площадей фигур на клетчатой бумаге оптимальным
способом»**

С О Д Е Р Ж А Н И Е

Введение	2
Глава 1. Способы нахождения площадей фигур на клетчатой бумаге.	
1.1.Площадь фигуры как сумма площадей ее частей	3
1.2. Площадь фигуры как часть площади прямоугольника.....	5
1.3. Формула Пика.....	7
Глава 2. Проведение эксперимента	8
2.1. Результаты эксперимента	8
Заключение.....	10
Список использованной литературы	10
Приложения	Ошибка! Закладка не определена.

Введение

Из всех школьных предметов математика является одним из моих любимых. Больше всего в математике мне нравится решение задач, а именно поиск необычных способов, которые облегчают решение, а также ускоряют процесс. Недавно меня заинтересовала одна задача, которую я увидел, когда сестра готовилась к экзамену по математике. Это была задача на клетчатой бумаге, где необходимо было найти площадь фигуры. Я решил изучить все способы нахождения площадей таких фигур и выбрать самый удобный из них.

Цель исследования – изучение различных способов вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге, и выбор самого эффективного.

Для достижения данной цели необходимо выполнить следующие **задачи**:

1. Подобрать литературу по данной теме.
2. Изучить способы нахождения площадей фигур на клетчатой бумаге.
3. Провести эксперимент.
4. Сделать выводы.

Предмет исследования: площади фигур на клетчатой бумаге.

Объект исследования: фигуры на клетчатой бумаге.

Гипотеза: самым эффективным способом вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге является – формула Пика.

Глава 1. Способы нахождения площадей фигур на клетчатой бумаге.

1.1 Площадь фигуры как сумма площадей ее частей



Задача №1. Найти площадь фигуры на рисунке 1 (клетки размером 1х1 см).

Разбиваем данную фигуру на четыре части, и находим площадь каждой части. Затем складываем все части, и получаем площадь данной фигуры.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$S_1 = 2 \cdot 3 = 6 \text{ см}^2; \quad S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \text{ см}^2;$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1 \text{ см}^2; \quad S_4 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1,5 \text{ см}^2$$

$$S = 6 + 1 + 1 + 1,5 = 9,5 \text{ см}^2.$$

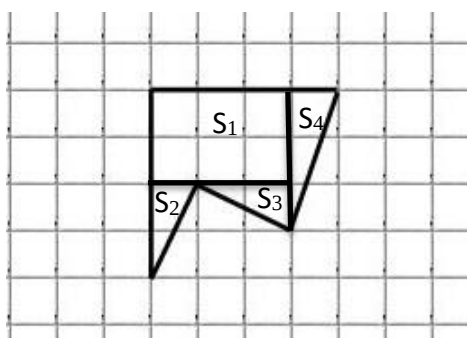
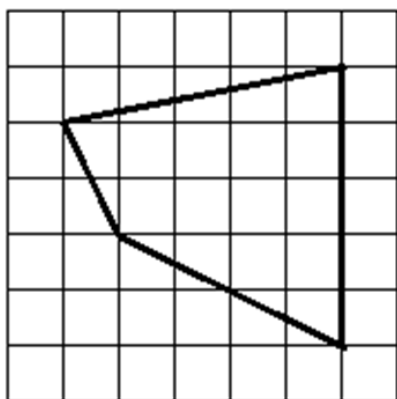


Рис. 1.

Ответ: 9,5 см²



Задача №2. Найти площадь фигуры на рисунке 2 (клетки размером 1х1 см).

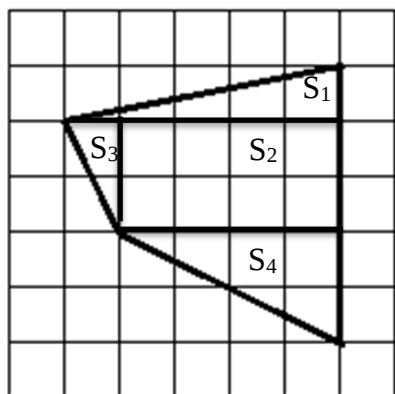
Разбиваем данную фигуру на четыре части, и находим площадь каждой части. Затем складываем все части, и получаем площадь данной фигуры.

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 = 2,5 \text{ см}^2; \quad S_2 = 4 \cdot 2 = 8 \text{ см}^2;$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \text{ см}^2; \quad S_4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4 \text{ см}^2;$$

$$S = 2,5 + 8 + 1 + 4 = 15,5 \text{ см}^2.$$



Ответ: 15,5 см².

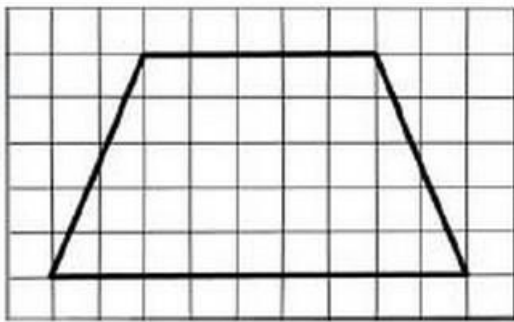
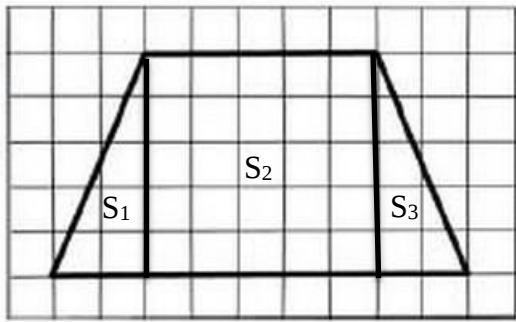


Рис. 2.

Задача №3. Найти площадь фигуры на рисунке 3 (клетки размером 1х1 см).

Разбиваем данную фигуру на три части, и находим площадь каждой части. Затем складываем все части, и получаем площадь данной фигуры.



$$S = S_1 + S_2 + S_3$$

$$S_1 = \frac{1}{2} * 2 * 5 = 5 \text{ см}^2;$$

$$S_2 = 5 * 5 = 25 \text{ см}^2;$$

$$S_3 = \frac{1}{2} * 2 * 5 = 5 \text{ см}^2;$$

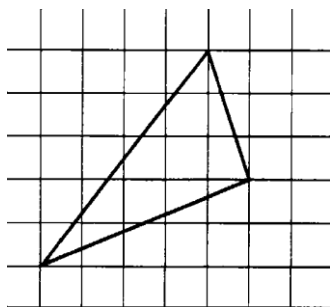
$$S = 5 + 25 + 5 = 35 \text{ см}^2$$

Рис. 3.

Ответ: 35 см².

1.2. Площадь фигуры как часть площади прямоугольника

Задача № 4. Найти площадь фигуры на рисунке 4 (клетки размером 1х1 см).



Опишем около данной фигуры прямоугольник. Из площади прямоугольника (в данном случае квадрата) вычтем площади полученных фигур:

$$S = S_{\text{пр}} - S_1 - S_2 - S_3$$

$$S_{\text{пр}} = 5 \cdot 5 = 25 \text{ см}^2; \quad S_1 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10 \text{ см}^2;$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5 \text{ см}^2; \quad S_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = 1,5 \text{ см}^2;$$

$$S = 25 - 10 - 5 - 1,5 = 8,5 \text{ см}^2$$

Ответ: 8,5 см².

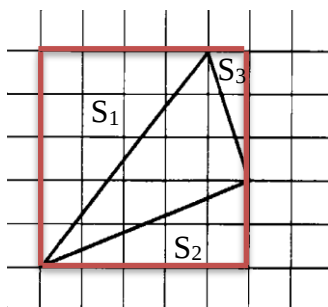
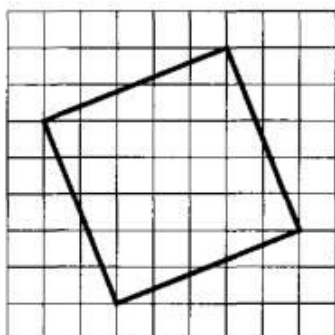


Рис.4.

Задача №5. Найти площадь фигуры на рисунке 5 (клетки размером 1х1 см).



Опишем около данной фигуры прямоугольник. Из площади прямоугольника (в данном случае квадрата) вычтем площади полученных фигур:

$$S = S_{\text{пр}} - S_1 - S_2 - S_3 - S_4$$

$$S_{\text{пр}} = 7 \cdot 7 = 49 \text{ см}^2; \quad S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ см}^2;$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ см}^2; \quad S_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ см}^2;$$

$$S_4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5 \text{ см}^2;$$

$$S = 49 - 5 - 5 - 5 - 5 = 29 \text{ см}^2$$

Ответ: 29 см².

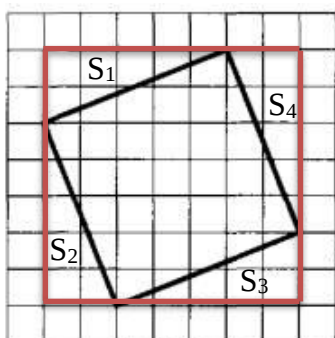
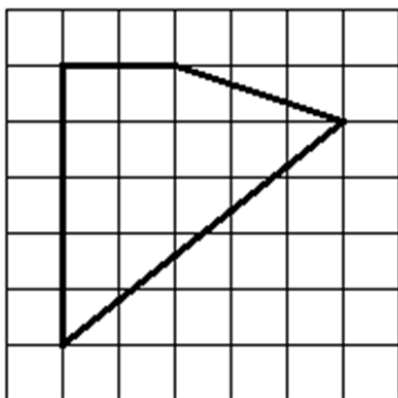


Рис.5.



Задача №6. Найти площадь фигуры на рисунке 6 (клетки размером 1х1см).

Опишем около данной фигуры прямоугольник. Из площади прямоугольника (в данном случае квадрата) вычтем площади полученных фигур:

$$S = S_{\text{пр}} - S_1 - S_2$$

$$S_{\text{пр}} = 5 \cdot 5 = 25 \text{ см}^2;$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1,5 \text{ см}^2;$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 = 10 \text{ см}^2;$$

$$S = 25 - 1,5 - 10 = 13,5 \text{ см}^2.$$

Ответ: 13,5 см².

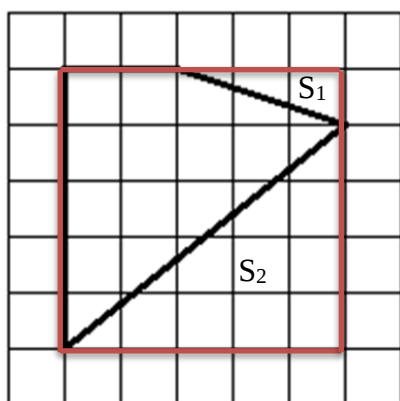


Рис. 6.

1.3. Формула Пика

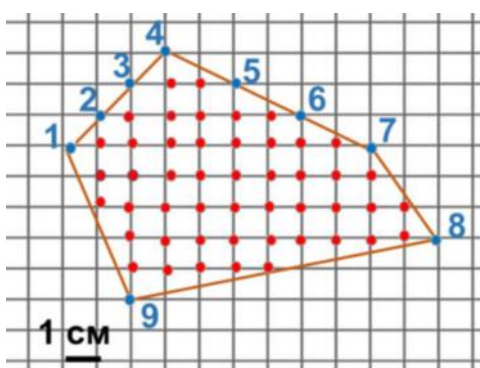
Георг Александр Пик – австрийский математик. Больше всего он известен своей теоремой о вычислении площади многоугольника, которая появилась в его восьмистраничной работе 1899 года.

Эта теорема оставалась незамеченной в течение некоторого времени после того, как Пик её опубликовал, однако в 1949 году польский математик Гуго Штейнгауз включил теорему (или как её ещё называют – формулу) в свой знаменитый «Математический калейдоскоп». С этого времени теорема Пика стала широко известна. В Германии формула Пика включена в школьные учебники.

Пусть B – число узлов решетки, расположенных строго внутри многоугольника, Γ – число узлов решетки, расположенных на его границе, включая вершины, S – его площадь. Тогда справедлива следующая формула:

$$S = B + \frac{\Gamma}{2} - 1,$$

Это и есть формула Пика.



Задача №7. Вычислить площадь многоугольника на рисунке 7. Воспользуемся формулой Пика. Отметим узлы:

$\Gamma=9$ (синие)

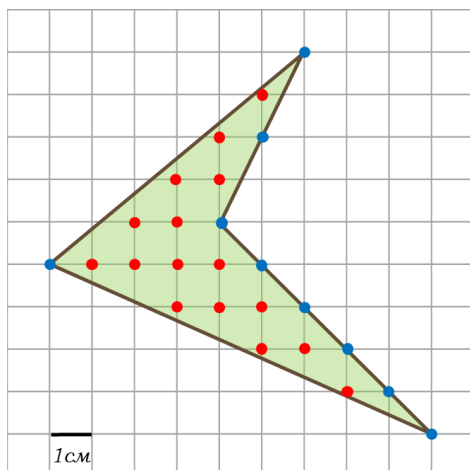
$B=48$ (красные)

Подставив в формулы наши данные,

получаем:

Рис. 7. $S = 48 + \frac{9}{2} - 1 = 51,5 \text{ см}^2.$

Задача №8. Вычислить площадь многоугольника на рисунке 8. Воспользуемся формулой Пика.



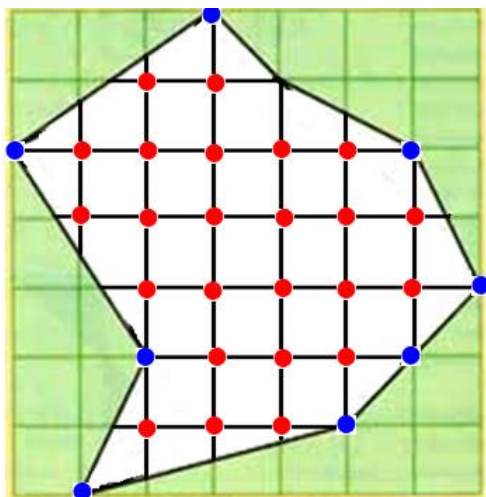
Отметим узлы:

$\Gamma=9$ (синие)

$B=16$ (красные)

Подставив в формулы наши данные, получаем: $S = 16 + \frac{9}{2} - 1 = 19,5 \text{ см}^2.$

Рис. 8.



Задача № 9. Вычислить площадь многоугольника на рисунке 9. Воспользуемся формулой Пика.

Отметим узлы:

$\Gamma=8$ (синие)

$B=24$ (красные)

Подставив в формулы наши данные, получаем

$$S=24 + \frac{8}{2} - 1 = 19 \text{ см}^2.$$

Рис. 9.

Глава 2. Проведение эксперимента

2.1. Результаты эксперимента

После того как были изучены разные способы нахождения площадей фигуры на клетчатой бумаге, мы с моим научным руководителем решили провести эксперимент. Суть эксперимента заключалось в следующем: с помощью предложенных нами способов нахождения площадей фигур, решить несколько задач, и сравнить, какой из этих способов занимает меньше времени, а также выяснить с помощью какого метода ученики допускают наименьшее количество ошибок.

Исследование проводилось во Дворце творчества детей и молодежи, в объединении «Знаю и считаю», где я обучаюсь.

В Таблице 1 представлены результаты каждого обучающегося по трем способам:

№	Ф.И. учащихся	Время, затраченное на решение задач 1-м методом (мин)	Время, затраченное на решение задач 2-м методом (мин)	Время, затраченное на решение задач 3-м методом (Формула Пика) (мин)
1	Ахаева Камилла	3,23	4,33	1,04
2	Анахаева Аделина	4,12	4,54	1,43
3	Буздова Дана	5,07	4,46	2,15
4	Казанов Кантемир	2,32	2,45	1,12
5	Гиляхов Идар	2,17	2,34	0,52
6	Уначева Самира	5,43	6,31	3,23
7	Карацев Салим	4,43	4,23	2,38
8	Энеева Камилла	2,34	3,43	1,15
9	Черкесов Тимур	3,56	4,52	2,43

10	Дашуева Амелия	3,15	3,49	1,34
11	Кушхова Даната	2,24	2,15	0,54
12	Хромова Ларина	3,12	4,37	1,32
13	Темирканова Алина	5,34	5,12	2,33
14	Нибежева Дениза	4,47	5,42	2,46
15	Кунашева Дарина	5,36	6,13	3,52
	Всего:	3,43	4,22	1,07

Из таблицы видно, что решая формулой Пика, ученики затратили наименьшее количество времени. В среднем на три задачи ребята потратили 1 минуту 7 секунд – формулой Пика, а на задачу другими способами – 3 минуты 43 секунды и 4 минуты 22 секунды. Но так как быстро не всегда означает правильно, мы решили еще посчитать количество допущенных ошибок каждого ученика по всем способам. Результаты представлены в Таблице 2:

№	Ф.И. учащихся	Количество допущенных ошибок в задачах, решенных 1 методом	Количество допущенных ошибок в задачах, решенных 2 методом	Количество допущенных ошибок в задачах, решенных 3 методом
1	Ахаева Камилла	1	2	0
2	Анахаева Аделина	2	1	1
3	Буздова Дана	2	3	2
4	Казанов Кантемир	0	0	0
5	Гиляхов Идар	0	0	0
6	Уначева Самира	3	3	2
7	Карацев Салим	1	2	1
8	Энеева Камилла	1	1	0
9	Черкесов Тимур	2	2	1
10	Дашуева Амелия	1	2	0
11	Кушхова Даната	0	0	0
12	Хромова Ларина	1	1	0
13	Темирканова Алина	2	3	2
14	Нибежева Дениза	2	2	1
15	Кунашева Дарина	3	3	1
	Всего ошибок из 45 задач:	21	25	11

Из таблицы видно, что меньше всего ошибок ребята сделали, решая задачи формулой Пика. По первому методу 21 неправильных задач из 45, по второму методу 25 неправильных, а по третьему методу всего 11 неправильных задач из 45, причем 7 учеников из 15 сделали все три задачи правильно, пользуясь этим методом. Это означает, что формула Пика не только сокращает время, но и помогает избежать ошибок.

Заключение

В данной работе мы рассмотрели все способы вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге. В ходе исследования, наша гипотеза подтвердилась. В результате эксперимента, мы выяснили, что формула Пика является самым эффективным способом решения таких задач. Она проста в понимании и удобна в применении. Во-первых, достаточно уметь считать, делить на 2, складывать и вычитать. Во-вторых, можно найти площадь и сложной фигуры, не затратив много времени. В-третьих, эта формула работает для любого многоугольника. Недостаток в том, что Формула Пика применима только для фигур, которые нарисованы на клетчатой бумаге и вершины лежат на узлах клеток.

Я уверен, что при сдаче выпускных экзаменов, задачи на вычисление площади фигур не будут вызывать затруднения, если ребята будут использовать формулу Пика.

Список использованной литературы

1. Смирнов В.А, Смирнова И.М. Геометрия на клетчатой бумаге. М., МЦНМО, 2009
2. Математика? Легко!!! Площади фигур. – [Электронный ресурс].
3. Жарковская Н.М., Рисс Е.А. Геометрия клетчатой бумаги. Формула Пика // Математика, 2009, № 17. – [Электронный ресурс].